# L'insegnamento della matematica tra ricerca didattica e prassi scolastica 2021/22

1 APRILE 2022 ore 17.00 – 18.30

# TRA MATEMATICA E FISICA: UNA PROSPETTIVA INTERDISCIPLINARE

Intervengono: M. Arcà, L. Branchetti, E. Degiorgi, P. Fantini Incontro di formazione rivolto a insegnanti di scuola secondaria di primo e secondo grado

Per iscriversi: <a href="https://forms.gle/NPUHcMDeey2oiy6h6">https://forms.gle/NPUHcMDeey2oiy6h6</a>

Per seguire la diretta su YouTube: https://youtu.be/CiuLRBUIFtA

# Maria Arcà Emiliano Degiorgi

# Presenteremo in questo seminario Alcune esperienze

Che intrecciano
ASPETTI DI REALTA'
ASPETTI DI CONOSCENZA
ASPETTI DI INSEGNAMENTO

per sviluppare in continuità, fin dalla scuola dell'infanzia, Dei «modi di guardare il mondo» Attraverso rappresentazioni e modellizzazioni dalla matematica, dalla fisica e dalla biologia

# **INSEGNARE A PENSARE**

# RIDUZIONE DI SIGNIFICATO

- Comportamenti condizionati e automatismi
- Conoscenze isolate e nomenclature (il volume?)
- Riduzione delle scelte come garanzia di sicurezza
- Valutazione ossessiva da «provi-ficio», con radicale distinzione tra giusto o sbagliato

# **AMPLIAMENTO DI SIGNIFICATO**

- Onestà reciproca
- Guardare l'invisibile: collegamenti, relazioni, causalità visualizzati con schemi e modelli
- Volontà e possibilità di scegliere più soluzioni - per tentativi ed errori
- Tempi per «tornare indietro» e avviare il <u>metamorfismo</u> dei pensieri
- Imparare a pensare (ed anche a parlare, alla Wittgenstein, perché il linguaggio plasma i modi di pensare)

# L'AMBIGUITA' DEL PENSIERO SCIENTIFICO

La pipa di Magritte: che rapporto tra rappresentazione e realtà?



sembra che la scienza si occupi di fatti e fenomeni concreti

<u>in realta'</u> si occupa di dare <u>interpretazioni e rappresentazioni</u> che cambiano nel tempo di fatti e fenomeni che cambiano nel tempo

attraverso modelli statici e dinamici coerenti e convincenti <u>Immaginati</u> per generalizzare e sintetizzare fenomeni particolari

- Astrazione è progressiva formazione di pensiero e richiede semantiche che la scuola deve rendere evidenti

#### RAPPRESENTAZIONE E REALTA'

LA CONOSCENZA UMANA si sviluppa attraverso **MODELLI** di ASPETTI O di FUNZIONAMENTI PARZIALI schematizzati, sintetici, formalizzati che STANNO PER gli aspetti reali.

Le RICOSTRUZIONI RAZIONALI dei FENOMENI Costruiscono pensiero astratto, spesso guidate da isomorfismi (come se...) dal gioco simbolico fino all'esperimento

parole, grafici, disegni, mappe, rappresentazioni.... Permettono di vedere meglio relazioni che nella realta' non si riesce facilmente a percepire e ad analizzare

Ma bisogna saper <u>vedere attraverso</u> le rappresentazioni per ritrovare la realtà La parola gatto non graffia



# TORNARE DAL MODELLO SCHEMATICO ALLA REALTA' COMPLESSA PER INTERPRETARLA E COMPRENDERLA NON E' SEMPRE FACILE





**Agostinelli: Sembra questo, sembra quello...** cos'è davvero? Da un libro di filastrocche per bambini

# Non esistono MODELLI DELLA REALTÀ TOTIPOTENTI E ONNICOMPRENSIVI

### CIOE' CHE POSSANO DESCRIVERLA INTEGRALMENTE

La mente umana sembra incapace di conoscere **globalmente** il tutto di conoscere **contemporaneamente** il tutto

I modelli sono sempre **parziali** I modelli sono sempre **diversi dai fatti**:

Le conoscenze sono rappresentazioni mentali del concreto a cui si riferiscono

Ancora: Il territorio non è la mappa



# COSTRUIRE RAPPRESENTAZIONI MENTALI

- Non bastano i nomi delle cose
- E solo in parte gli esercizi che non incidono sul significato cognitivo dell'esperienza

#### **SERVE UNA ANALISI DELLE ESPERIENZE CONCRETE:**

- Per individuare «cosa importa guardare» in ciascun fenomeno
- Per capire come i tanti elementi sono collegati in reti di significato
- Per vedere e rappresentare le relazioni (invisibili) che formano la rete e cogliere isomorfismi tra aspetti di uno stesso fenomeno, o di fenomeni diversi

#### **MA PER INSEGNARE SERVE ANCHE:**

#### UNA ANALISI DEI PROCESSI DI CONOSCENZA ADULTI E INFANTILI

- -per capire cosa serve per capire, per spiegare, per far capire
- -per intrecciare le nuove spiegazioni a quelle precedenti
- -per arricchire la complessità e la precisione del pensiero

#### COMPITO DELLA SCUOLA: AVER CURA DEL PENSIERO DEI RAGAZZI

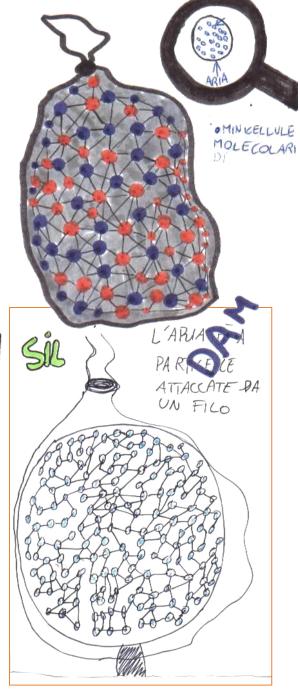
fin dall' infanzia

Arricchire il significato dell'esperienza con percorsi longitudinali Attraverso generalizzazioni e modelli che si costruiscono nel tempo Che com-prendano la realtà e ne sappiano vedere le invisibili relazioni

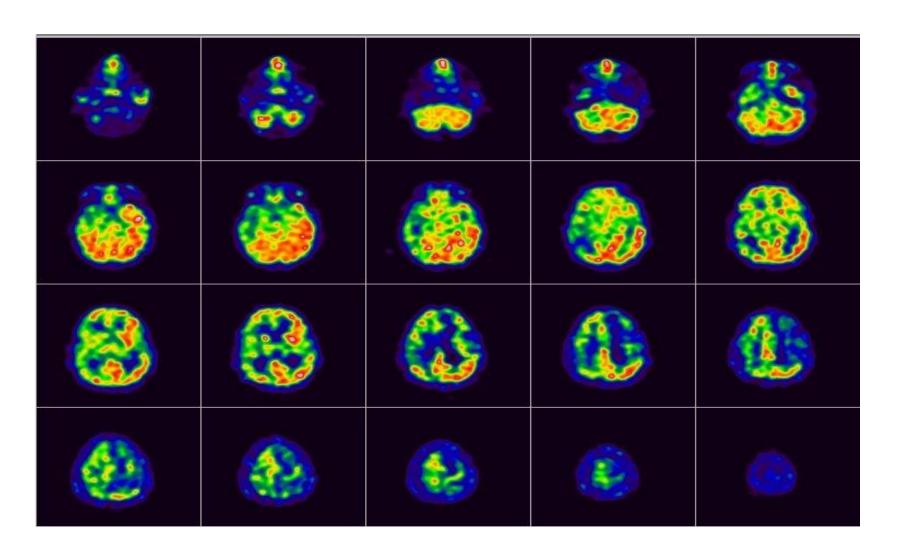
Trasformare i <u>modi di guardare</u> la realtà <u>in modi di conoscere</u> Padroneggiare strategie cognitive generali che portino ad una astrazione progressiva Guidando i ragazzi in modo che <u>desiderino</u> IMPARARE A PENSARE

Approfondendo le specificità disciplinari Ma guardandone le sovrapposizioni e le intersezioni MODELLI
DI ARIA
A
PARTICELLE
DI BAMBINI
DI IV EL.





# SVILUPPARE LE *MACCHIE*CHE FANNO RISPONDERE IL CERVELLO ALLE SOLLECITAZIONI RELATIVE AL PENSIERO SCIENTIFICO E ALLA MATEMATICA



# LE DISCIPLINE

I modi di guardare si costruiscono a partire dai FENOMENI del mondo fisico Notandone PERMANENZE E CAMBIAMENTI Notandone le REGOLARITÀ, Usando le MODALITÀ DI ASTRAZIONE permesse dal corpo e dal cervello

I tanti <u>diversi aspetti</u> del mondo Richiedono <u>modi di guardare diversi</u>, che portano a diverse <u>modellizazioni</u>

Ciascuna disciplina percepisce determinate caratteristiche, individua cambiamenti e trasformazioni, prevede possibili conseguenze, elabora propri sistemi concettuali, utilizza propri strumenti per approfondirne la comprensione.

La matematica usata per enunciare le leggi fisiche non esiste come parte dell'universo fisico ma si sviluppa attraverso astrazioni e metafore (Lakoff)

<u>Inventa SISTEMI SIMBOLICI che corrispondono ai fatti e alle azioni (+ - x :)</u>

#### CHI CAPISCE CHE? COSA NON SI CAPISCE? ORGANISHO ANIHALE ARIA ESPIRATA OPL CORPO ACQUA 2000 ACQUA 500 9 ARIA Inspirata GAS ALTO GAS ALTO **UN MODELLO** ARIBONIA DA CHIMICI Janque LUCHERU PROTEINE thun ACQUA H<sub>2</sub>C - C - COO CIBO ругиvate PORTICINE vekca HAGICHE H+ NADH & GAS ALTO unta H-C-C00 GAS HO-C-COO FEFI H-C-COO URINE H-C-COOT H-C-COO oxaloacetate H-C-C00 citrate H-C-COO UN MODELLO DA BIOLOGI H-C-COO malate H-C-COO **Krebs** Cycle H-C-C00 isocitrate tmin H + NADH ← fumarate → CO<sub>2</sub> FADH<sub>2</sub> H+ NADH NAD+ H-C-COO UN MODELLO DA FISICI FAD --H-C-COO H-C-COO C-C00 succinate **α** ketoglutarate

GTP GDP

succinyl CoA

13

# Per esempio un MODELLO biologico Può METTERE IN EVIDENZA

Relazioni tra il tutto e le parti (tra particolare e generale)

(se il corpo è come una scatola, cosa entra, cosa esce, cosa si trasforma?

# Relazioni spaziali e temporali (aspetti sincronici e diacronici)

(cosa prima cosa dopo, che cosa insieme in posti diversi...)

## Relazioni tra aspetti statici e dinamici

(cosa sta cambiando e dove, cosa resta come è)

## Relazioni tra macroscopico e microscopico

(il funzionamento invisibile spiega quello visibile?)

#### Relazioni di causa-effetto

( se qualcosa cambia, quali conseguenze?)

# Relazioni tra interno e esterno (p. es. del corpo)

(cosa succede dentro se fa troppo caldo o troppo freddo?

Ma usa strategie cognitive condivise con altre discipline con contaminazioni che riguardano concettualizzazioni e tecnologie

# I MODELLI DELLA FISICA

#### IN UN FENOMENO CHE SI SVOLGE....

notiamo proprietà variabili.... notiamo i suoi modi di succedere e ne inventiamo rappresentazioni plausibili

## Una STRATEGIA CONDIVISA PER ACCORGERSI: il confronto

#### **CONFRONTARE**

il prima e il dopo (confronto diacronico)

#### CONFRONTARE

eventi diversi (confronto sincronico)

# CAMBIAMENTO DI VARIABILI, CAMBIAMENTO DI SISTEMI

#### CI ACCORGIAMO DI DIFFERENZE E DI CAMBIAMENTI

che avvengono dentro e fuori di noi, in un mondo mutevole – così inventiamo il tempo

#### **1-LE PRIME DOMANDE:**

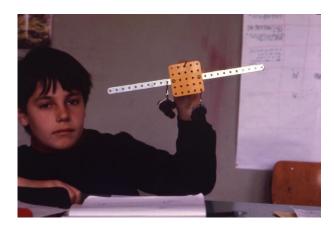
cosa resta uguale? Che differenze vedi? cosa cambia? cosa cambia con regolarità?

#### 2-VERSO DOMANDE PIU' ANALITICHE

Cambia tutto insieme? Cosa ti aspetti?
Cambiano solo alcune proprietà degli oggetti? quali? quando?
Quando succede qualcosa, che cosa altro cambia?

#### **3-VERSO UN'IDEA DI VARIABILE**

mentre alcune proprietà rimangono uguali, altre cambiano, non tutte insieme, a volte correlate, ciascuna con modalità sue e con i suoi tempi



Perché non sta in equilibrio?

# UNA STRATEGIA CONDIVISA PER INTERPRETARE: CERCARE RELAZIONI CAUSALI

# RAPPRESENTAZIONE DI VARIABILI

Le difficoltà dei ragazzi: sembra ovvio ma.....

Come codificare e decodificare il piano cartesiano

- I passaggi che portano dalla percezione alla misura (tabelle),
- I passaggi dalle misure alla rappresentazione dei dati su uno spazio astratto,
- Il significato dei due assi che rappresentano due variabili (con le loro scale definite)
- Il significato della relazione tra i punti nello spazio orientato
- Il significato della loro rappresentazione complessiva (per esempio, la continuità su una linea)

Poi, nella rappresentazione grafica

- Correlare il cambiamento di una variabile in funzione del cambiamento l'altra variabile
- Interpretare il significato formale della linea per capire come si svolge un fenomeno (conoscere le differenze tra una funzione e un istogramma)

# LA FORMALIZZAZIONE

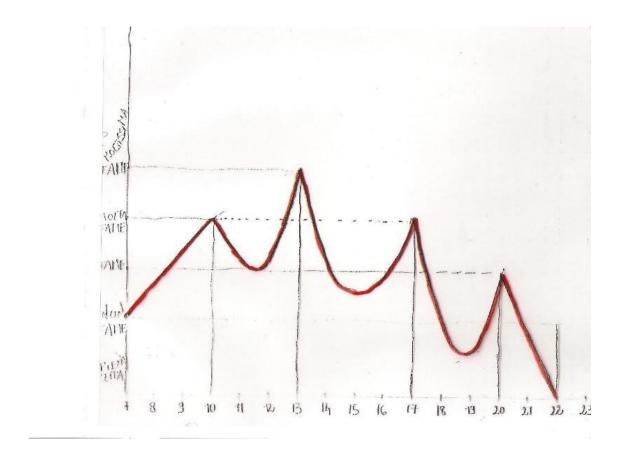
Un modo di «dare forma» ai fenomeni a partire dalla esplicitazione linguistica

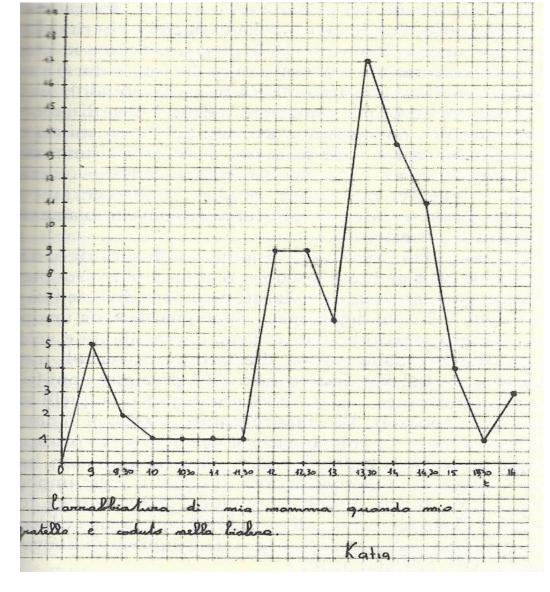
Se il numero è un dare forma alla molteplicità degli oggetti

Le strutture matematiche sono un <u>dare forma</u> ai diversi modi di succedere degli eventi (a cominciare dalle quattro operazioni)

Differenze e cambiamenti di variabili avvengono nel tempo, dentro e fuori di noi, in un mondo mutevole, così inventiamo il tempo, immaginiamo relazioni causali E per <u>rappresentare</u> differenze e cambiamenti costruiamo spazi che non sono spazio.

#### IN CLASSE COMINCIAMO COSì'





LA FAME DURANTE IL GIORNO

L'ARRABBIATURA DELLA MAMMA

# **UNA «FORMA DI LINEA», TANTI SIGNIFICATI**

Prima di passare alle proporzioni, i ragazzi dovrebbero notare che una stessa "forma di linea" su un piano s/t rappresenta un modo di camminare, su un piano p/v rappresenta un modo di galleggiare, su altri piani rappresenta un modo di... allungarsi della molla. Su un piano tempo/panini rappresenta la fame durante la giornata.....

Accorgersi che <u>una stessa forma</u> rappresenta <u>uno stesso modo</u> di succedere o di cambiare in fenomeni diversi - io penso sia sconcertante - ma bisogna riuscire a percepire che in comune è il modo del cambiamento (e poi ci sarebbero modi di cambiamento del modo...)

E' questa costanza del modo che costruisce una idea generale di proporzionalità.

# COSA RAPPRESENTA UNA RAPPRESENTAZIONE MATEMATICA?

(forse)

si propone come un MODELLO DI MODELLI

capace di trovare

- una stessa relazione nei comportamenti di fenomeni diversi
- le analogie tra modelli o tra schemi di fenomeni studiati da diverse discipline

(per esempio una proporzionalità)

# **IMPARARE A PENSARE**

Ci sono "idee grandi" che possono connettere i vari saperi disciplinari

Ci sono "modi di ragionare" che possono servire in diversi contesti

Ci sono "strategie cognitive" Per analizzare e comprendere diverse situazioni

E poi, sono necessari "esercizi" specifici...

### Per esempio, L'IDEA di proporzionalita'

è biologicamente presente nelle azioni e nel pensiero quotidiano Compito della scuola è renderne accessibile la formalizzazione matematica

# La proposta

Attraverso molteplici esempi di lavoro in classe

vorremmo sviluppare una possibile rappresentazione matematica della correlazione proporzionale tra variabili

in fenomeni apparentemente lontani.

Capire come uno stesso strumento matematico, applicato a situazioni differenti, le renda comprensibili, nelle uguaglianze strutturali e nelle differenze specifiche.