



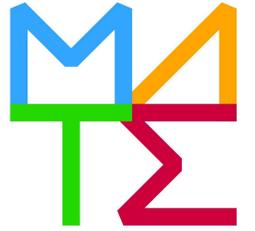
UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI BARI
ALDO MORO



Unione
Matematica
Italiana



L'INSEGNAMENTO DELLA
MATEMATICA
TRA RICERCA DIDATTICA E PRASSI SCOLASTICA



matematica
& territorio

Costruire significati: il caso delle frazioni

Giuditta Ricciardiello

Università degli Studi di Bari

Dove tutto comincia...



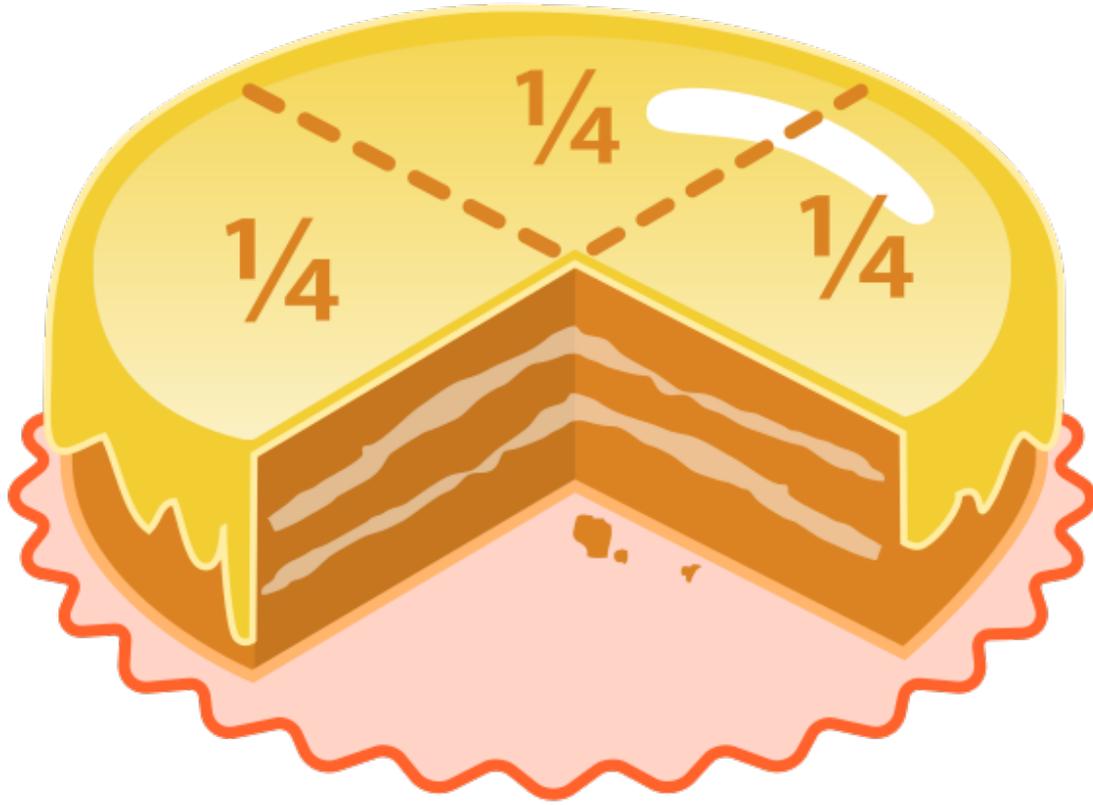
UN CONCETTO COMPLESSO

- Percorso lungo, a spirale, sin dalla scuola dell'infanzia...
- Significato di «metà»
- Significato di «divisione in parti uguali» su quantità continue e discrete
- Significato di «parte/tutto»
- Frazione come «misura»



COSTRUZIONE DI UN CONCETTO COMPLESSO

Da dove si parte? Generalmente...

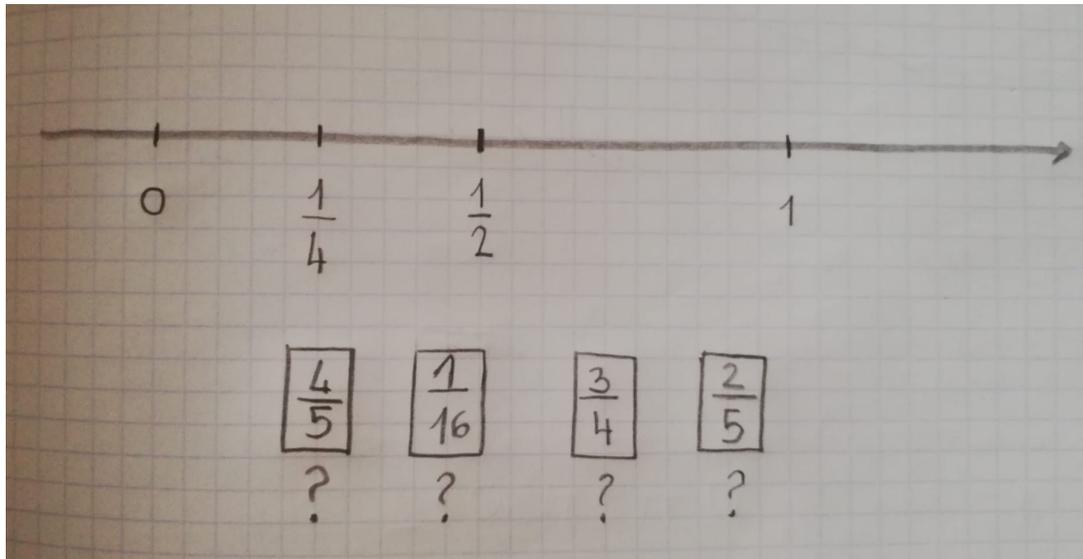


Ma, può succedere che...



COSTRUZIONE DI UN CONCETTO COMPLESSO

Necessità di partire dalla **manipolazione di oggetti**, azione necessaria vista l'età e lo sviluppo cognitivo del bambino



...necessità di preparare la strada al successivo passaggio all'**astrazione** o alla **istituzionalizzazione** del concetto di frazione in quanto NUMERO

(La progettazione didattica qui presentata è stata realizzata in collaborazione con M. Fiorentino, A. Montone, M. Pertichino, G. Ricciardiello, componenti del gruppo di ricerca **Ma.Te.**, Università di Bari)

L'ARTEFATTO

Foglio A4

- Perché... è un oggetto 'comune' nella vita dei bambini, è sempre a disposizione ed è usato come strumento di controllo, attaccato sul banco
- Colori sempre diversi per favorire la percezione visiva di frazioni differenti
- Usato per misurare e condurre alla costruzione di frazione «maggiore di 1»

Parte/tutto
e Misura

Punto di partenza

PARTE/TUTTO

Per costruire i concetti di

- frazione come «unità frazionaria» e frazione minore dell'unità
- frazioni come «classe di equivalenza»
- Somma di frazioni con stesso denominatore
- Somma di frazioni con denominatore diverso

Ma anche...

MISURA

Ricorrere alla «misura frazionaria» e alla «misura», per costruire concetti come

- Frazione come somma di unità frazionarie (frazione maggiore dell'unità)
- Confronto e ordinamento di frazioni

Superamento del concetto parte/tutto

L'INTERO NON BASTA...

- Necessità di «ridurre» l'intero
- Si ricorre all'esperienza precedente del piegare...
- Piegando, piegando si scopre che la cattedra misura...



- Ma come faccio a dire effettivamente quanto misura?
- Trasformare tutto in ottavi, l'unità frazionaria più piccola ...

• $8/8 + 8/8 + 8/8 + 8/8 + 4/8 + 2/8 + 1/8 = 39/8$ che è **un solo numero!**

Frazione
«maggiore
di 1»

DISCUSSIONE

- Confronto tra $\frac{1}{2}$ del foglio A4 e $\frac{1}{2}$ della striscia
- Do un nome alla mia azione: «ho diviso a metà e ne ho preso una parte. Uno di due.»
- È sempre uno di due (foglio, striscia...)
- $\frac{1}{2}$ diventa un numero razionale

Frazione
come
NUMERO

COSTRUIRE LE FRAZIONI UNITARIE: $\frac{1}{2}$



- Partire da un foglio A4 e dividere in 'due parti uguali'
- Tanti modi di dividere.... a metà

Parte/tutto



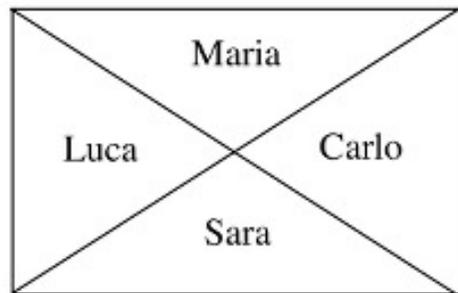
- Uguaglianza tra le parti
- Equiestensione
 - Equivalenza
 - Congruenza

NON CONGRUENTI, MA EQUIVALENTI

DAL REGISTRO ARITMETICO AL REGISTRO GEOMETRICO... E RITORNO

Nonna Lucia ha preparato una torta rettangolare al cioccolato per la merenda dei suoi nipoti Luca, Carlo, Sara e Maria.

Per darne una fetta ciascuno la divide in questo modo:



Luca e Carlo non sono contenti perché pensano che Sara e Maria abbiano i due pezzi più grandi. Sara e Maria sostengono invece che ognuno ha ricevuto la stessa quantità di torta.

Chi ha ragione?

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.



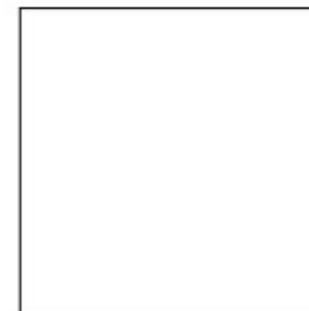
Quattro bambini si ritrovano per mangiare una torta quadrata.

- Ogni bambino vuole chiaramente avere la stessa quantità di torta degli altri;
- due bambini vogliono una fetta di torta di forma quadrata;
- gli altri due bambini vogliono una fetta di torta di forma triangolare.

Disegnate, su questo quadrato, una suddivisione che possa soddisfare ogni bambino:

Foglio A4

Foglio quadrato

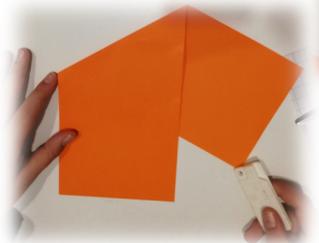
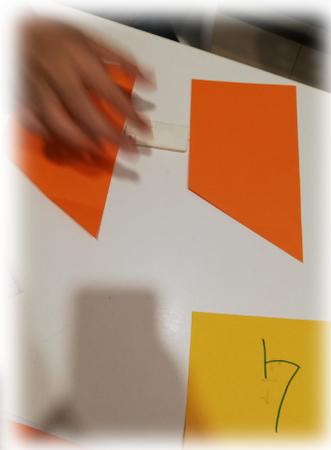
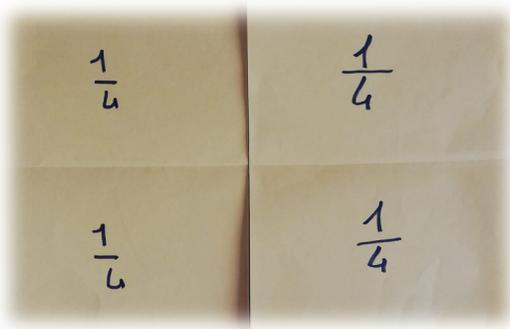


FRAZIONI UNITARIE A RACCOLTA... NELLE SCATOLE

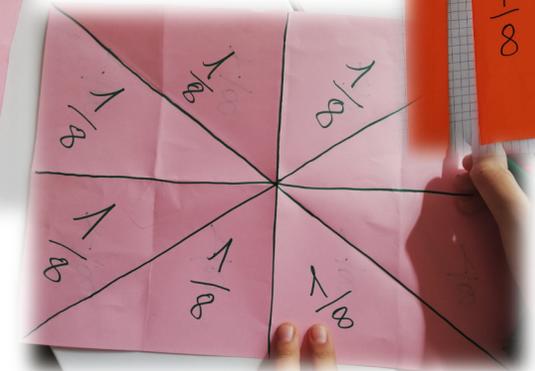
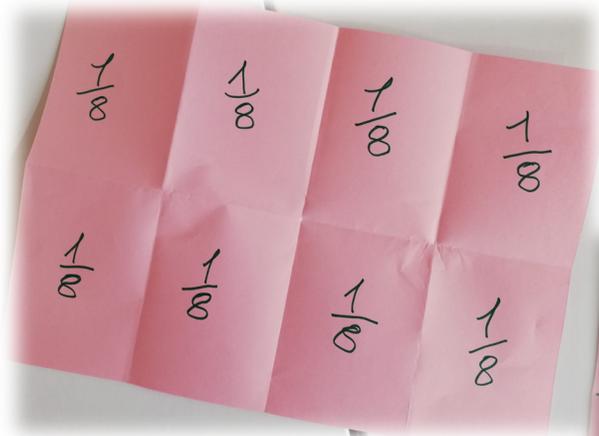
- LA FRAZIONE $1/2$



- LA FRAZIONE $1/4$



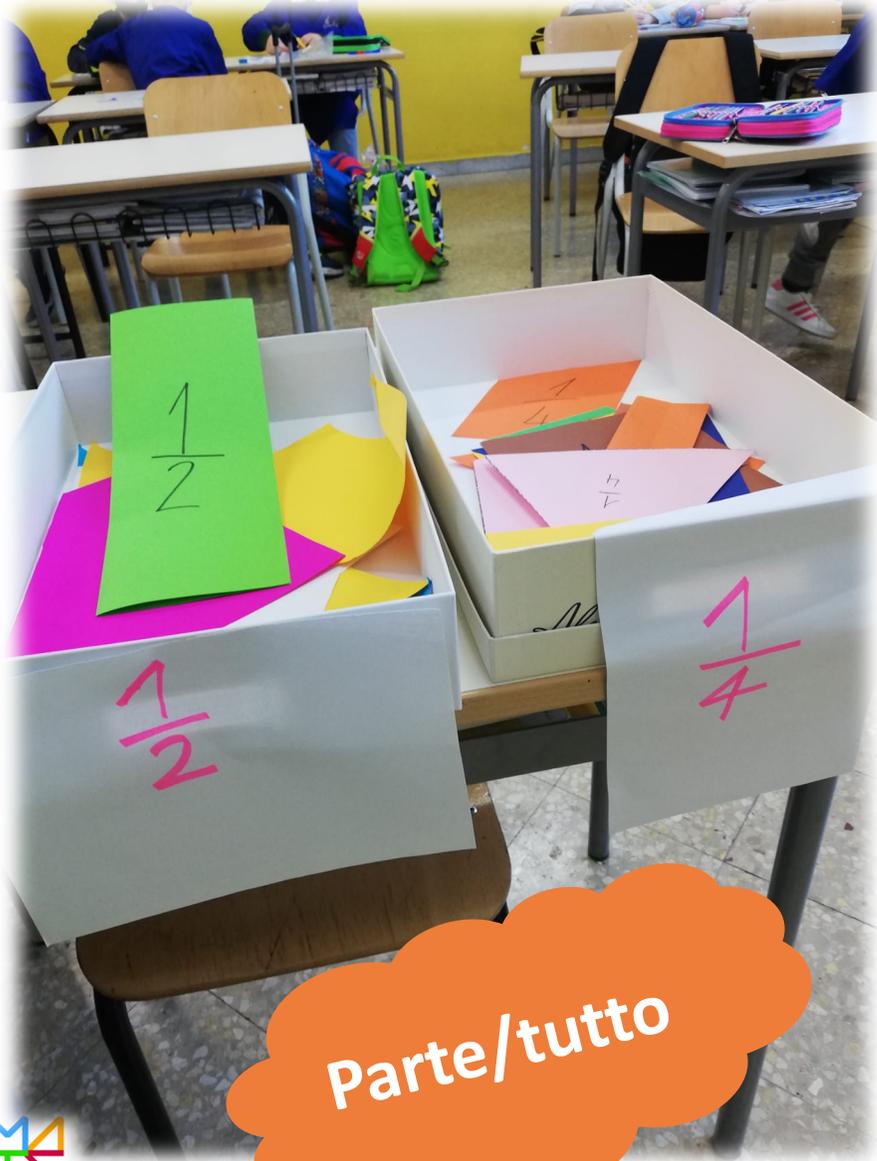
- LA FRAZIONE $1/8$



- LA FRAZIONE $1/16$

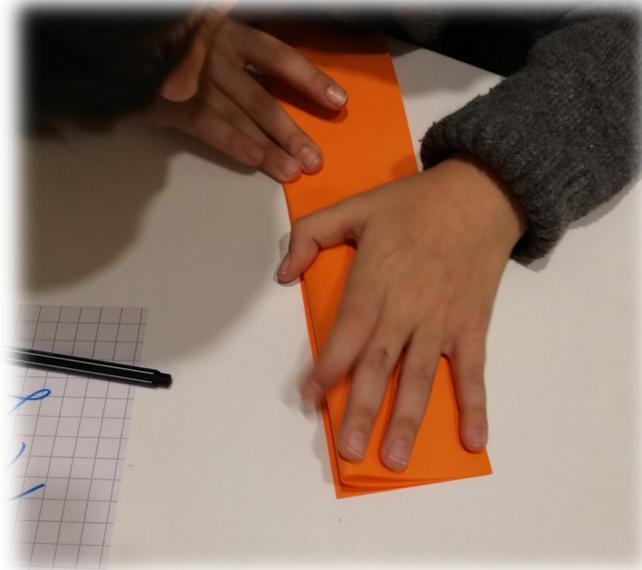


...E ANCORA SCATOLE...



Parte/tutto

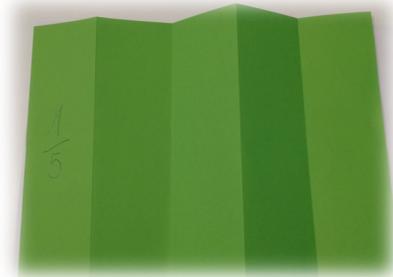
- DALLA FRAZIONE $\frac{1}{3}$



...ALLA FRAZIONE $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{9}$
(piegando $\frac{1}{3}$ a metà o in 3 parti)



DALLA FRAZIONE $\frac{1}{5}$



...ALLA FRAZIONE $\frac{1}{10}$
(piegando $\frac{1}{5}$ a metà)

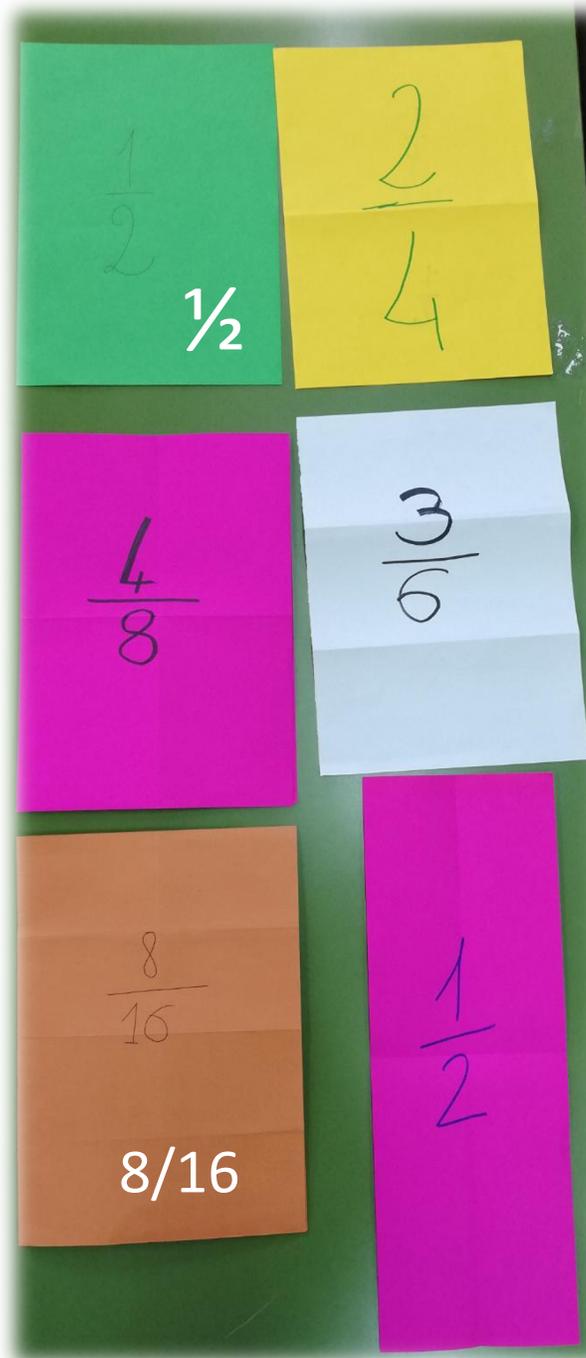
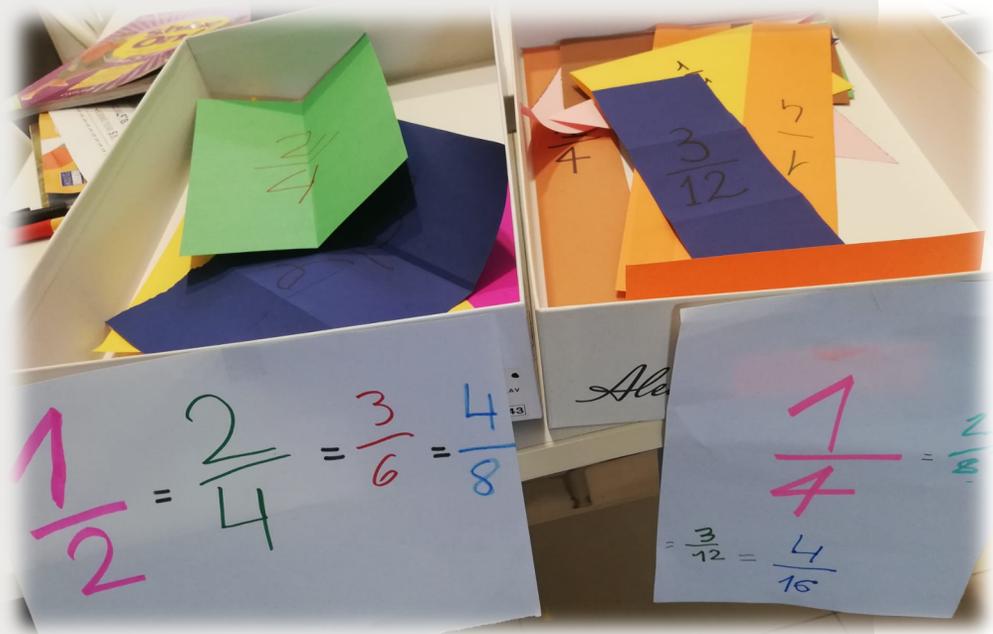
UNITÀ FRAZIONARIE COME «CLASSI DI EQUIVALENZA»



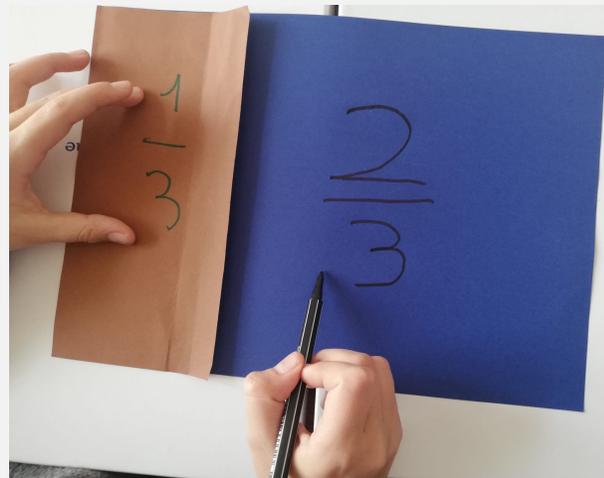
- Lavorare sul concetto di «frazioni equivalenti» a partire dalle unità frazionarie
- Partiamo da $\frac{1}{2}$ e costruiamo la classe di equivalenza di $\frac{1}{2}$ con le piegature
- Confrontiamo con altre frazioni e riconosciamo l'equivalenza

...TUTTE LE FRAZIONI EQUIVALENTI...

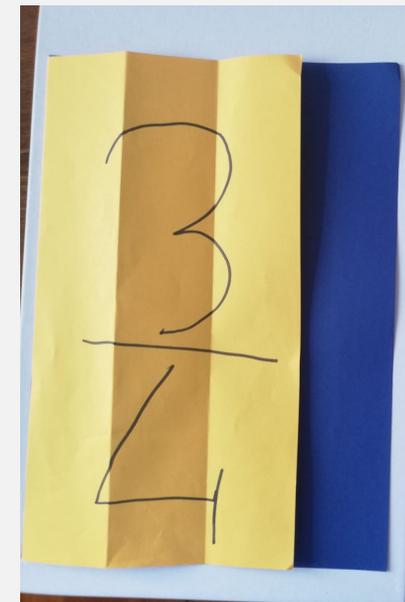
- $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16} = \dots$
- $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \dots$
- $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \dots$



$$\frac{2}{3}$$



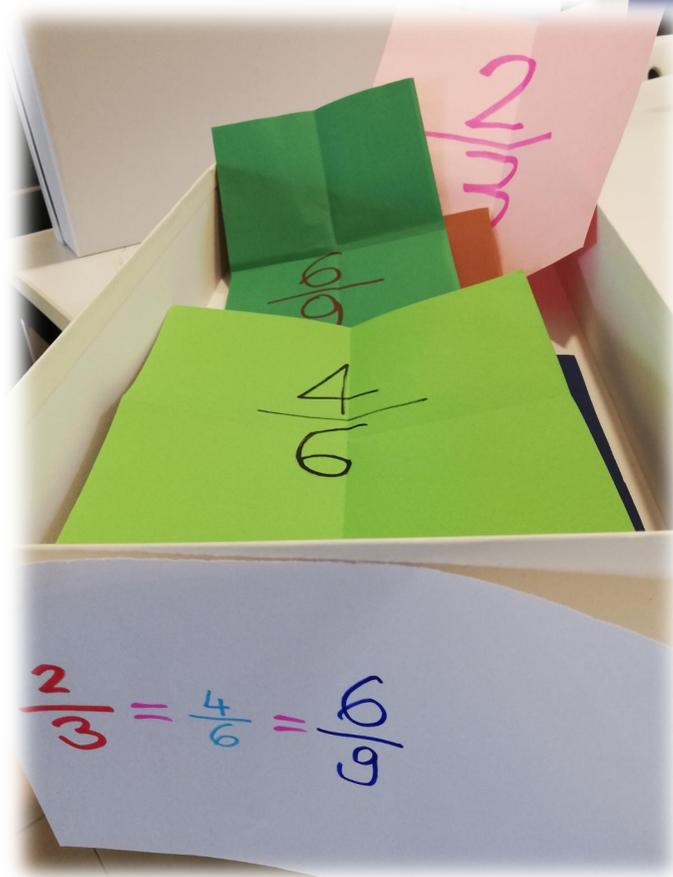
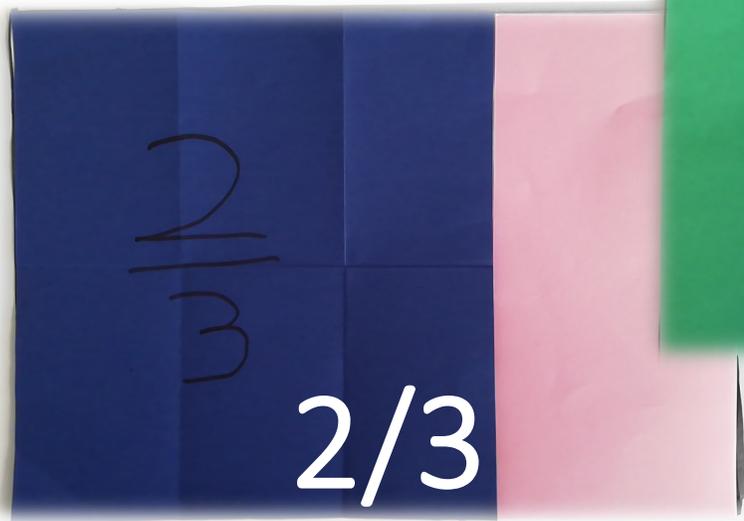
$$\frac{3}{4}$$



PER ANDARE OLTRE

...costruire le «scatole di frazioni equivalenti» a frazioni minori dell'unità

«Frazioni equivalenti»



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \dots$$

Scoperta della «proprietà invariante»...

PIEGARE COME «SPAZIO DI APPRENDIMENTO»

- PIEGARE UN FOGLIO A META' SIGNIFICA... DIVIDERE PER 2
- PIEGARE $\frac{3}{4}$ A META' SIGNIFICA ESEGUIRE $\frac{3}{4} : 2$ cioè $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$...



Piego a metà...



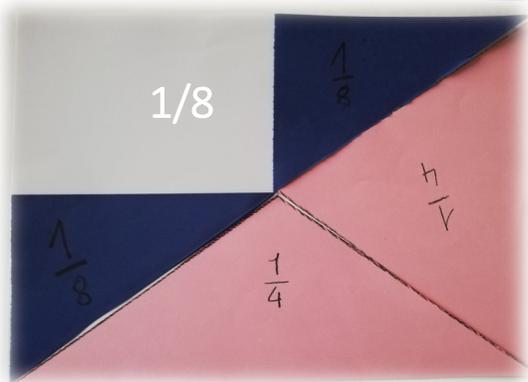
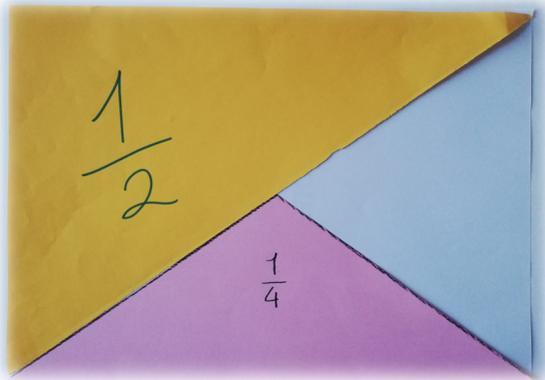
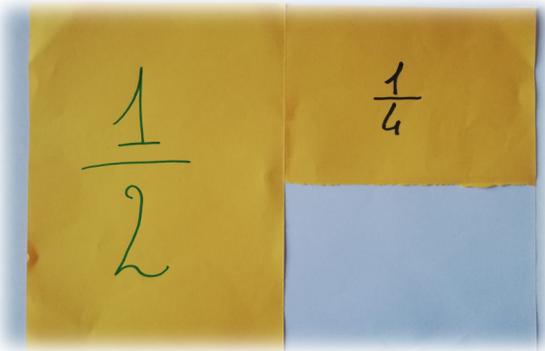
3 di 8

Ma se riapro senza tagliare, scopro che $\frac{3}{4}$ equivalgono ai $\frac{6}{8}$ dell'intero.

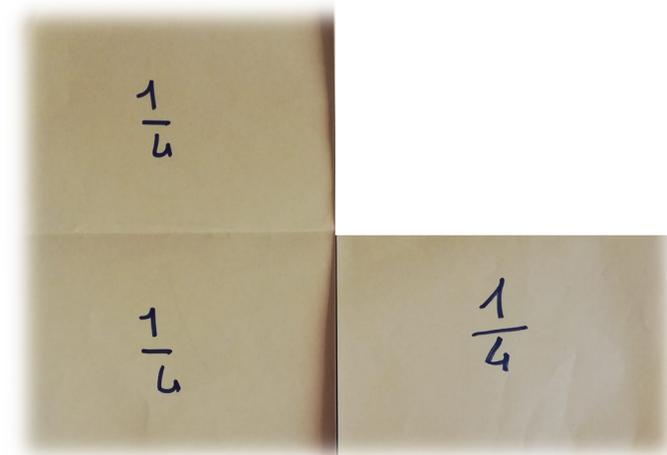
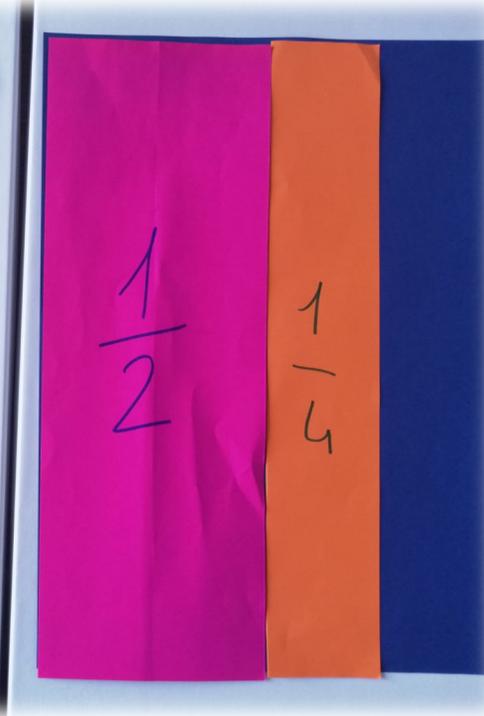
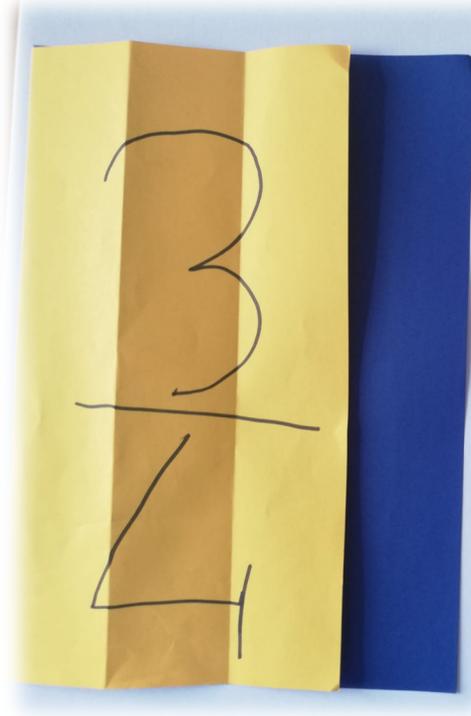
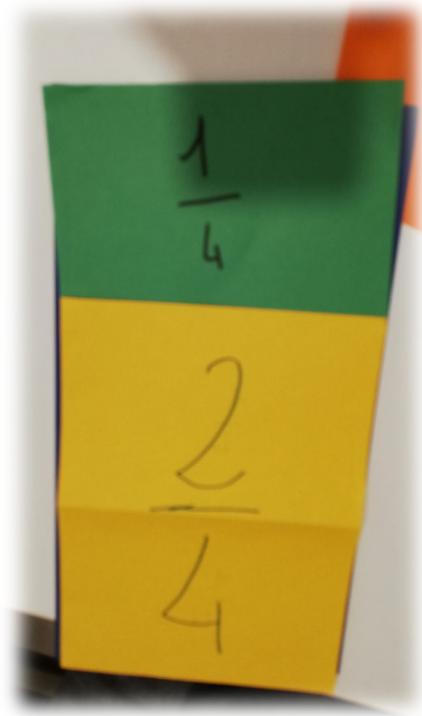
Creare
frazioni
equivalenti



Kieren, 1976...



$$\frac{3}{4}$$



SOMMA DI FRAZIONI
con denominatori diversi

Problematizzare: troviamo frazioni equivalenti di $\frac{3}{4}$

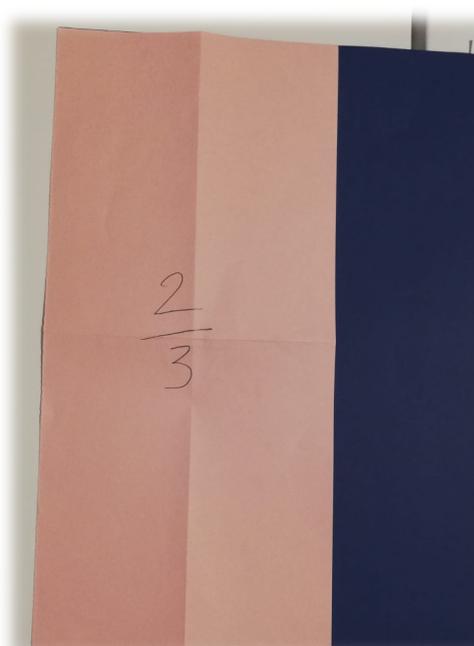
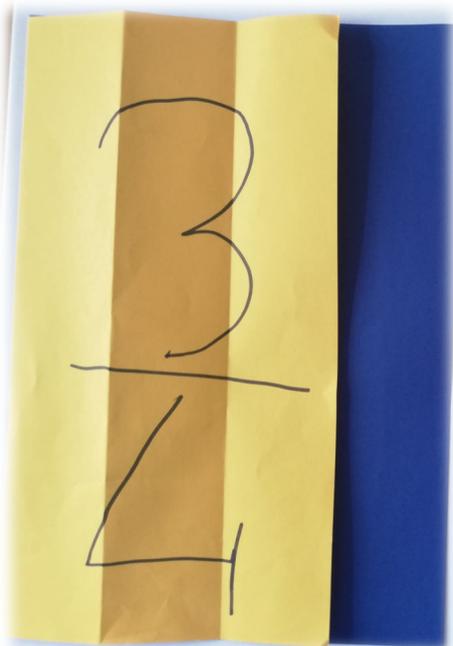
Come facciamo a trovare una frazione che valga quanto $\frac{3}{4}$ ma che si scriva in modo diverso?

- «Qual è la frazione equivalente a $\frac{3}{4}$ che abbia come denominatore 8?»
- «Qual è la frazione equivalente a $\frac{3}{4}$ che abbia come denominatore 12?»
- «In quante parti devo dividere l'intero per avere una frazione equivalente a $\frac{3}{4}$ prendendo 12 parti?»

Possiamo stabilire chi è più grande tra $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$?

Un problema più complesso

- Abbiamo scelto di le frazione $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{3}$
- Abbiamo chiesto ai bambini di cercare una strategia per effettuare un confronto tra queste due frazioni, senza usare la carta...



TRADUZIONE IN LINGUAGGIO NUMERICO

(53:24) Simone: *“Maestra, guarda! Ce ne sono due con lo stesso denominatore!”*

$$2/3 = 4/6 = 6/9 = 8/12 = \dots$$

$$3/4 = 6/8 = 9/12 = 12/16\dots$$

nella sequenza di frazioni equivalenti sulle etichette attaccate sulle scatole ce ne sono due con lo stesso denominatore!

E allora diventa facile confrontarle!

$$8/12 < 9/12$$

COME POSSIAMO SOMMARE FRAZIONI CON DENOMINATORE DIVERSO?

- Trovata la strategia per confrontare, possiamo anche sommare!
- L'attività mi conduce indirettamente alla scoperta del minimo comune multiplo, senza mai nominarlo...
- ...e anche alla somma di unità frazionarie che portano ad una frazione maggiore di 1

Verso la generalizzazione...

Verso la
generalizzazione

- Stacchiamoci dal foglio!
- Riconosciamo la frazione come numero anche attraverso attività di misurazione attraverso le unità frazionarie
- Confronto
- Ordinamento

Grazie!

