

Parlare e far parlare di matematica nella scuola secondaria

Pier Luigi Ferrari

Università del Piemonte Orientale ‘Amedeo Avogadro’

Dipartimento di Scienze e Tecnologie Avanzate

Sommario

Comunicare matematica in classe mette in gioco tre fattori rilevanti: le dinamiche sociali all'interno della classe, il dominio di conoscenza e il linguaggio. Questo lavoro si propone di discutere i rapporti fra questi fattori. Sono ripresi alcuni concetti-chiave sul linguaggio della matematica e le sue funzioni e sono discusse le relazioni con alcune teorie sull'apprendimento della matematica. Vengono anche descritti e interpretati alcuni comportamenti linguistici degli studenti e delineate le condizioni per favorire la efficace comunicazione matematica nella classe.

Abstract

Communicating mathematics in the classroom involves three main factors: the social interactions within the class, the knowledge domain and language. This paper proposes to discuss their mutual relationships. Some basic ideas on the language of mathematics and its functions are summarized and some implications for some theories of mathematics learning are sketched. Examples of the linguistic behavior of mathematics students are provided and interpreted, and the conditions appropriate to foster effective ways to communicate mathematically are outlined.

1. Introduzione

Comunicare in una classe di matematica mette in gioco diversi fattori. Prima di tutto, entrano in gioco interazioni fra persone, ciascuna con la propria storia, la propria cultura, i propri problemi. Tener conto di questo è indispensabile per il buon funzionamento della comunicazione. Ci sono poi fattori legati al linguaggio. Anche se il linguaggio fa parte della cultura degli individui, è opportuno metterlo in evidenza, sia perché comunicare matematica pone, come vedremo, problemi particolari, sia perché non abbiamo prove che la competenza linguistica non giochi un ruolo rilevante in questo contesto. Vi sono poi fattori legati al dominio di conoscenza, nel nostro caso alla matematica e alla sua specificità. Questo vale anche per gli argomenti matematici messi in gioco, che possono influenzare la comunicazione.

La ricerca in psicologia dell'educazione matematica negli ultimi anni si è occupata soprattutto degli aspetti legati alle interazioni sociali e all'organizzazione didattica, e ha dedicato minori attenzioni agli aspetti strettamente linguistici, a quelli disciplinari, e alle competenze relative. Il punto di vista accademico, al contrario, tradizionalmente tiene conto solo degli aspetti contenutistici, trascurando tutti gli altri.

A me pare evidente che, se si scelgono modelli di insegnamento-apprendimento in cui la comunicazione svolge un ruolo rilevante, la competenza linguistica non possa essere trascurata. Naturalmente il rapporto fra competenza linguistica e attività basate sulla comunicazione è dialettico: da un lato la prima rende possibili e fruttuose le seconde, dall'altro attività in classe ben strutturate (che prevedano magari anche momenti di riflessione sul linguaggio stesso) contribuiscono fortemente ad arricchire la competenza linguistica. Un discorso analogo vale anche per gli aspetti non

cognitivi riferiti al linguaggio. L'uso del linguaggio in matematica, oltre alla matematica stessa, è oggetto di convinzioni profonde, che inducono atteggiamenti che possono essere di ostacolo non solo all'apprendimento ma anche allo svolgimento stesso delle attività. All'inizio dell'università, ad esempio, diversi studenti sono convinti che la lingua non abbia alcuna funzione in matematica, e di conseguenza rifiutano sistematicamente di aggiungere commenti verbali ai loro calcoli, anche se richiesti. A tutti i livelli scolari parlare di matematica può suscitare emozioni contrastanti, di paura in alcuni casi (ad esempio, davanti all'insegnante), o di sollievo in altri (ad esempio, quando si discute un compito cogli amici). Attività di comunicazione ben strutturate, svolte già nella scuola primaria o secondaria di primo grado, in genere rimuovono la paura di comunicare e prevengono la formazione di convinzioni inadeguate e atteggiamenti improduttivi.

2. Linguaggio e pensiero

Nel corso di questo lavoro per 'linguaggio della matematica' intendo un sistema multimodale che comprende testi verbali, espressioni simboliche e rappresentazioni figurali. Alcuni ricercatori considerano anche i gesti, che in effetti possono giocare una funzione importante in alcune fasi dello sviluppo. In questo lavoro tuttavia non farò riferimento ai gesti.

In educazione matematica vi è una grande varietà di posizioni circa i rapporti fra pensiero e linguaggio. Secondo alcuni il linguaggio ha la funzione di rappresentare concetti già costruiti indipendentemente. Questa posizione è sostenuta sia da ricercatori come Dubinsky (2000, p.221) che, in un quadro costruttivista, affrontano in modo specifico i problemi di apprendimento della

matematica avanzata, sia da altri, come Lakoff e Núñez¹, che operano nel quadro della cosiddetta “embodied cognition”. Molti altri ricercatori, di orientamenti diversi, sottolineano invece la rilevanza dei processi di *semiosis* e di comunicazione nella costruzione dei concetti. Ad esempio Sfard (2001) esplicitamente interpreta il pensiero come una forma di comunicazione, mentre Duval (1995, 2000) e Radford (2000) sottolineano la centralità della funzione strumentale del linguaggio. Radford (2000, p.240-241) sottolinea l'importanza di ciò che il linguaggio ci consente di fare, in aggiunta a ciò che ci consente di esprimere e rappresentare (che corrisponde alla funzione denotazionale). Valorizzare la funzione strumentale è cruciale per comprendere il ruolo del linguaggio in matematica. Molti autori restano invece legati al solo punto di vista denotazionale, il che impedisce loro di comprendere le funzioni del linguaggio in matematica o comunque di sviluppare le potenzialità anche educative dell'approccio socioculturale alla matematica. Soltanto tenendo conto della funzione strumentale è possibile andare oltre le stantie polemiche su formalismo e rigore a proposito delle notazioni simboliche della matematica.

Nella pratica matematica come nell'insegnamento le manipolazioni di espressioni hanno uno spazio molto ampio, e in qualche caso vengono (a torto) identificate tout court con la matematica: basta pensare al calcolo aritmetico, alla manipolazione algebrica, alle trasformazioni geometriche e ai calcoli logici. Tali attività hanno una funzione cognitiva di grande portata, indipendentemente dal punto di vista da cui si guarda la questione. Il rapporto tra le rappresentazioni e le idee matematiche è complesso. In base al punto di vista denotazionale, prima vengono le idee e dopo le rappresentazioni. Secondo il punto di vista strumentale le

¹ Si vedano ad esempio Lakoff e Núñez (2000) e Núñez, Edwards e Matos (1999)

rappresentazioni hanno invece una loro vita autonoma e possono precedere e influenzare la formazione delle idee. Punti di vista interessanti sul ruolo dei nomi nella costruzione dei concetti matematici si trovano nel lavoro di Sfard (2000). Anche Bruner (1990) sostiene che la costruzione dei concetti richieda la disponibilità di sistemi di segni adeguati. A fronte di questa mole di argomenti che sottolineano l'importanza dei sistemi di segni nella costruzione del pensiero, non vi sono risultati che provino che la competenza nell'uso degli stessi sistemi sia un elemento irrilevante. Anche dal punto di vista della storia della matematica, alcune tappe sono state rilevanti proprio alla luce della funzione strumentale. Il passaggio dall'algebra retorica alla notazione algebrica non è stato fondamentale solo per le possibilità di rappresentazione che ha offerto, ma anche e soprattutto per la disponibilità di algoritmi che consentono di trattare in modo uniforme una grande quantità di equazioni, in modo da essere alla portata di un qualunque studente di biennio superiore.

Tuttavia, se facciamo riferimento al dominio della matematica, non possiamo limitarci a considerare soltanto il ruolo del linguaggio nella costruzione del pensiero, ma dobbiamo renderci conto che il linguaggio è una componente essenziale dello stesso dominio di conoscenza, cioè la matematica. Quindi il linguaggio non serve soltanto per comunicare matematica, ma fa parte della matematica, anche se non la esaurisce.

3. La linguistica funzionale e la matematica

Queste considerazioni ci mettono in condizione di affrontare una strettoia inevitabile dei processi di insegnamento: la tensione fra i diversi usi che si devono fare del linguaggio. La comunicazione fra persone da un lato, e il riferimento al dominio semantico della

matematica dall'altro pongono esigenze contrastanti e in parte inconciliabili. Sul piano lessicale, denominare 'rettangolo' un quadrilatero con tutti gli angoli retti e i lati due a due congruenti è corretto dal punto di vista matematico, e potrebbe anche essere funzionale a scopi relativi al sapere matematico, ma è sicuramente inadeguato dal punto di vista della comunicazione, in quanto viola platealmente i principi di cooperazione e di rilevanza studiati dalla pragmatica. Non a caso nelle definizioni di Euclide, che faceva riferimento a una fase diversa dello sviluppo della matematica, un quadrato non è un rettangolo e un triangolo equilatero non è isoscele.

L'esigenza di tener conto contemporaneamente del contesto comunicativo e del dominio semantico suggeriscono di applicare al linguaggio della matematica gli strumenti offerti dalla pragmatica, e in particolare della linguistica funzionale. Un modello di tale applicazione, con diversi esempi di attività didattiche, è stato sviluppato da Ferrari (2003, 2004, 2006a, 2006b) e da Ferrari e Lunardi (2005).

Un concetto chiave della pragmatica, fondamentale anche per l'analisi del linguaggio della matematica, è quello di *registro*. Un registro è una varietà linguistica riferita all'uso. Un individuo dispone di uno numero più o meno grande di registri che può selezionare in relazione alle diverse funzioni che il linguaggio è chiamato a svolgere. Situazioni come una chiacchierata fra amici, la stesura di un articolo scientifico o una lezione universitaria corrispondono usualmente a registri diversi, con diverse scelte riguardo a lessico, organizzazione dei testi, criteri di accettabilità degli stessi ecc.. Una distinzione importante è quella fra registri colloquiali ed evoluti. Naturalmente non si tratta di una distinzione netta, e la classificazione dei registri non è nemmeno una questione

essenziale. Per fissare le idee possiamo dire che la varietà linguistica adottata in un testo accademico scritto è un buon esempio di registro evoluto, mentre quella adottata in una chiacchierata fra amici è un esempio di registro colloquiale. Possono esserci anche registri evoluti usati nel parlato, come nel caso di una conferenza, e registri colloquiali usati in testi scritti, come in un sms, o negli appunti informali di uno studente. Rispetto ai registri evoluti, in quelli colloquiali la sintassi è più rilassata, la dipendenza dal contesto e la possibilità di negoziazione del significato sono maggiori. Il fatto rilevante è che i registri matematici avanzati (cioè quelli usati nella pratica e nell'insegnamento della matematica a partire da un certo livello di specializzazione) sono casi estremi di registri evoluti, come argomentato da Ferrari (2004). Questo ha conseguenze anche per l'insegnamento, in quanto suggerisce che la capacità di usare registri evoluti sia un aiuto potente per padroneggiare quelli matematici. Tale capacità si può costruire a partire dalla scuola elementare, non necessariamente in contesto matematico. Quindi è preferibile progettare attività mirate alla costruzione della padronanza dei registri evoluti (per le quali esistono ampie possibilità di motivazione e un ampio bagaglio di esperienze) piuttosto che attività mirate all'apprendimento diretto del linguaggio della matematica (ad esempio, la logica), in quanto è molto più difficile trovare contesti che le motivino in modo significativo e non occasionale, a livello di scuola primaria o secondaria di I grado.

Dal punto di vista cognitivo, anche la distinzione fra la modalità orale e quella scritta (che è indipendente dalla classificazione dei registri) è rilevante. I testi orali si sviluppano nella dimensione temporale, sono difficilmente analizzabili, anche se si prestano

maggiormente agli usi colloquiali (negoiazione, dipendenza dal contesto, sintassi debole). I testi scritti si sviluppano nella dimensione spaziale, hanno la possibilità di essere analizzati a fondo e lasciano al lettore la libertà di scegliere il modo di affrontare il testo. Le esigenze di autonomia dei testi (un testo scritto deve essere fruibile anche per chi non condivida il contesto in cui è stato prodotto e non possa negoziare il significato) impongono ai testi scritti una maggiore esplicitazione e di conseguenza un uso più stretto della sintassi. Un comportamento molto diffuso fra gli studenti negli ultimi tempi consiste nel considerare i testi scritti come se fossero orali, cioè come azioni irreversibili piuttosto che prodotti che possono essere discussi, esplorati, confrontati, modificati. È sempre più frequente incontrare studenti che rinunciano a correggere i propri elaborati scritti, anche quando sono invitati a farlo e ne hanno tutto il tempo.

4. Usare il linguaggio per fare matematica

Anche se questo può sembrare paradossale, è innegabile che una delle caratteristiche del linguaggio della matematica, e in particolare delle notazioni simboliche, sia l'estrema flessibilità. Per questo sarebbe consigliabile che uno studente che produce un testo in contesto matematico si preoccupi delle funzioni che dovrà realizzare quel testo piuttosto che di attenersi a un modello prefissato. Questo non è facile da realizzarsi, in quanto conformarsi a un modello prefissato per molti studenti è più semplice che tener conto delle funzioni del testo, costa meno in termini di sforzo e richiede una comprensione del dominio semantico molto minore.

Per questo è opportuno progettare situazioni in cui gli alunni parlano e scrivono di matematica ma riflettono anche sui testi che producono e a come realizzano le loro funzioni. Gli esempi descritti da Ferrari (2003) e Ferrari e Lunardi (2005) vanno esattamente in questa direzione. La riflessione dovrebbe essere sempre relativa alle funzioni dei testi senza preoccupazione di conformarsi a schemi prefissati. Questo vale anche per le espressioni aritmetiche e algebriche. Troppi studenti arrivano all'università colla convinzione che ci sia un'unica sequenza di passaggi per arrivare alla soluzione di un problema matematico, come ad esempio un'equazione e non sono quindi in grado di sfruttare la flessibilità dello strumento che stanno usando.

Naturalmente le situazioni didattiche vanno progettate in modo che gli scopi dell'attività siano chiari e condivisi.

Alla base di tutto questo ci deve essere la consapevolezza che il linguaggio quotidiano e quello della matematica non sono due mondi contrapposti, ma il secondo si integra col primo e ne costituisce l'evoluzione, funzionale al pensiero scientifico. In questo modo le sterili polemiche contro il 'formalismo' potrebbero essere superate e si potrebbe ritornare a parlare della matematica per quello che è, senza farsi condizionare dagli stereotipi o dalle interpretazioni superficiali.

Riferimenti

- Dubinsky, E.: 2000, 'Meaning and Formalism in Mathematics', *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5/3, 211-240.
- Duval, R.: 1995, *Sémiosis et pensée humaine*, Peter Lang.
- Duval, R.: 2000, 'Ecriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques', *Recherches en didactique des mathématiques*, 20/2, 135-169.

- Ferrari, P.L.: 1992, 'Problem-solving in geometrical setting: interactions between figure and strategy', *Proceedings of the 16th International Meeting PME, Durham*, vol.I, 217-224.
- Ferrari, P.L.: 2003, 'Costruzione di competenze linguistiche appropriate per la matematica a partire dalla media inferiore', *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate* Vol.26A, N.4, 469-496.
- Ferrari, P.L.: 2004, *Matematica e linguaggio. Quadro teorico e idee per la didattica*, Bologna: Pitagora Editrice.
- Ferrari, P.L. & L.Lunardi: 2005, 'Inventare notazioni per risolvere problemi', *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, Vol.28 A, N.5, 451-474.
- Ferrari, P.L.: 2006a, 'Il ruolo del linguaggio nell'apprendimento della matematica', *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, Vol.29A-B, N.6, 611-626.
- Ferrari, P.L.: 2006b, 'Matematica e linguaggio: Implicazioni didattiche per la scuola dell'obbligo', *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, Vol.29A-B, N.6, 684-690.
- Radford, L.: 2000, 'Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: a semiotic analysis', *Educational Studies in Mathematics*, 42: 237-268.
- Sfard, A.: 2001, 'There is more to discourse than meets the ears: looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning', *Educational Studies in Mathematics*, 46, 13-57.