

2. PERSONALIZZAZIONE DEI PROCESSI DI INSEGNAMENTO-APPRENDIMENTO

1 PREMESSA

Come leggiamo in Baldacci (2006), la scuola odierna richiede risposta a tre diverse istanze: qualità dell'istruzione, uguaglianza delle opportunità formative e valorizzazione delle differenze individuali.

La prima istanza si riferisce a un'alfabetizzazione che va oltre le conoscenze dichiarative e procedurali fondamentali e che sia in grado di mettere lo studente in condizione di diventare cittadino in grado di orientarsi ed essere artefice della propria esistenza nella complessa società moderna. Questo nel caso della matematica si traduce nella definizione di *mathematical literacy* che possiamo leggere nel PISA 2012 Mathematics Framework *“Mathematical literacy is an individual’s capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts. It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts, and tools to describe, explain, and predict phenomena. It assists individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and to make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective citizens.”* (PISA 2012 Mathematics Framework, p. 4).

La seconda istanza richiede invece alla scuola di garantire a tutti gli studenti il raggiungimento di una sostanziale parità di padronanza delle competenze basilari. E ancora una volta, per la matematica, ci riferiamo al PISA 2012 Mathematics Framework, in cui leggiamo che per la valutazione internazionale degli studenti quindicenni si parte dalla domanda: *“What is important for citizens to know and be able to do in situations that involve mathematics?”* (PISA 2012 Mathematics Framework, p. 4). La risposta a questa domanda ha portato alla definizione di *mathematical literacy* che è esattamente il livello di padronanza basilare in matematica richiesto al cittadino di domani. Questo, come sottolinea Baldacci, non significa che tutti devono raggiungere gli stessi livelli di competenza ma che un “adeguato” livello di competenze deve essere raggiunto da tutti.

La terza istanza, infine, vede le differenze individuali come valore da tutelare. In tal senso, richiede alla scuola di scoprire e promuovere i talenti individuali, permettendo a ognuno di sviluppare una propria forma di eccellenza cognitiva in un certo campo di attività.

2 APPRENDIMENTO PERSONALIZZATO – QUADRO PEDAGOGICO

Nelle teorie di apprendimento che mettono lo studente al centro, tener conto delle caratteristiche di ciascuno è uno delle mete più ambite. L'apprendimento quindi diventa *personalizzato*. Osserviamo che questa nuova tendenza pedagogica comincia a far capolino negli orientamenti educativi del sistema scolastico italiano già con una Legge del 2003 (28 marzo 2003, n. 53), che si concretizza successivamente in

una serie di Indicazioni Nazionali (D. Lgs. 19 febbraio 2004, n. 59) per i vari gradi di scuola, dove appare già nel titolo la dicitura “*Piani Personalizzati delle Attività Educative*” per la scuola dell'Infanzia, nella scuola Primaria, del primo ciclo, etc.

Cosa significa “piani personalizzati”? Da un’attenta lettura dei materiali legislativi, Baldacci (2006) propone una interpretazione che distingue nel termine *personalizzazione* due accezioni, in qualche modo complementari, corrispondenti in buona sostanza a una risposta alla seconda e alla terza istanza citate al paragrafo precedente. Baldacci parla di *personalizzazione convergente* verso obiettivi comuni e *personalizzazione divergente* verso traguardi diversi per ciascuno. Nel primo caso si fa riferimento alle “*procedure didattiche finalizzate ad assicurare a tutti gli studenti le competenze comuni (o di base) del curriculum, attraverso una diversificazione dei percorsi di apprendimento*”. Nel secondo caso si fa riferimento alle “*procedure didattiche che hanno lo scopo di permettere a ogni studente di sviluppare le proprie peculiari potenzialità intellettive, differenti per ognuno, sempre attraverso forme di differenziazione degli itinerari di apprendimento*” (Baldacci, 2006, p. 19).

Risulta evidente che a livello scolastico, la personalizzazione, e il bilanciamento tra quella convergente e quella divergente, sia una prassi che risente molto della reale classe che il docente si trova davanti, e quindi di variabili “locali”. D’altra parte la richiesta di un adeguato livello di competenza in matematica di tutti i cittadini, come quello ad esempio richiesto da PISA, sembra indicare una priorità della personalizzazione convergente rispetto a quella divergente, che può essere vista come completamento della prima. Da un’analisi fatta da Baldacci, con la quale concordiamo perché è una prassi comune, si potrebbe dire che la scuola debba necessariamente occuparsi della personalizzazione convergente, cioè di assicurare a tutti un certo livello di competenze di base, che altrimenti restano carenti “per sempre”, ovvero per un tempo lungo; mentre la coltivazione delle potenzialità personali (personalizzazione divergente) può essere delegata al territorio (attività extra-scolastiche) o alla formazione post-obbligatoria.

Con l’avvento delle nuove tecnologie, questa analisi può portare a una conclusione diversa, ovvero la personalizzazione (tanto convergente quanto divergente) diventa una delle caratteristiche chiave, e dunque un valore aggiunto, dell’e-learning. Nei paragrafi successivi andremo a declinare la personalizzazione nelle piattaforme di e-learning, in termini di strumenti e opportunità.

3 STRATEGIE DI PERSONALIZZAZIONE NELL’E-LEARNING

Martinez (2000) individua cinque livelli di personalizzazione, in ordine crescente, ciascuno descritto da specifiche strategie di personalizzazione che sono basate su:

- Nome: si riconosce lo studente come individuo, pertanto ogni attività e ogni area di studio contiene il riferimento al nome dello studente. Questo è presente in tutte le piattaforme e, a dispetto della facilità di implementazione, ha un notevole impatto sui fattori non cognitivi, in quanto lo studente esce dall’anonimato della moltitudine e viene riconosciuto. Si pensi alle difficoltà che si possono riscontrare nel passaggio dal micro-mondo della scuola superiore al macro-mondo dell’università. Quanti studenti – specie in facoltà dai grandi numeri come ingegneria o giurisprudenza – si sono sentiti “spaesati”, si sono sentiti un “numero di matricola” in mezzo a tanti senza più un volto e una identità. Le piattaforme permettono non solo di associare un nome, ma anche un volto all’utente e a riportarli ogni qualvolta ci si riferisce a lui per una qualsiasi interazione.

- Autodescrizione: gli studenti dovrebbero avere la possibilità di descrivere attributi comuni, quali dati anagrafici e di contatto, ma anche preferenze didattiche, conoscenza pregressa e abilità, attraverso moduli di registrazione, questionari, quiz etc. Queste ultime informazioni dovrebbero poi essere usate successivamente per guidare le esperienze didattiche. Nella sezione 1.4.2 vedremo come questa strategia è stata implementata nella piattaforma IWT.
- Aggregazione: vengono usati attributi comuni (di tipo demografico o a seconda di risposte a indagini o questionari, etc) per raggruppare studenti in gruppi più piccoli, meglio identificabili e maneggevoli. L'aggregazione può essere utilizzata anche per fornire ai membri risorse adeguate rispetto ad esigenze di settore. Tutte le piattaforme permettono diversi livelli di aggregazione (ad es. classe, corso, gruppo).
- Informazioni cognitive: sono usate per presentare allo studente risorse di apprendimento più adatte ai processi, alle strategie e alle abilità cognitive del singolo studente. Le risorse possono differire per tipologia (audio, video, testo) o strategia didattica (presentazione lineare o ipertestuale). Nelle sezioni 1.4 e 1.5 vedremo come sono usate le informazioni cognitive per la personalizzazione in IWT.
- Informazioni sulla persona nella sua completezza: qui si va oltre il livello cognitivo e si tiene in considerazione l'atteggiamento dello studente verso l'apprendimento, cioè il suo approccio individuale all'apprendimento che include anche fattori sociali, affettivi e conativi. La personalizzazione in questo caso non si limita a presentare allo studente le risorse più opportune per il raggiungimento di determinati obiettivi didattici, ma mira a migliorare le capacità di apprendimento nella loro interezza. Gli algoritmi alla base di una tale personalizzazione sono complessi e sofisticati. Nella sezione 1.4.3 accenniamo alla messa a punto di uno strumento, parzialmente implementato in IWT, per la definizione del cosiddetto "profilo affettivo in matematica" di uno studente.

Nelle prossime sezioni andiamo ad approfondire le ultime due strategie nel caso della piattaforma IWT.

4 STRUMENTI PER LA PERSONALIZZAZIONE IN IWT: IL TUTOR INTELLIGENTE LIA (LEARNING INTELLIGENT ADVISOR)

In questa sezione andiamo a descrivere le funzionalità di Intelligent Tutoring System (Nwana, 1990) presenti in IWT, utili per la realizzazione di processi di apprendimento personalizzati. IWT possiede un motore di tutoring intelligente, detto LIA (Learning Intelligent Advisor), capace di integrare in sistemi di e-learning tradizionali alcune funzionalità "intelligenti" che permettono di personalizzare le esperienze di apprendimento. LIA è basato su un insieme di modelli che permettono di rappresentare (nella macchina) le principali entità coinvolte nel processo di insegnamento/apprendimento, e su un insieme di metodologie che, grazie ai detti modelli, permettono di generare esperienze di apprendimento personalizzate rispetto a obiettivi didattici, conoscenza pregressa e preferenze didattiche. Andiamo a vedere brevemente di cosa si tratta (per una trattazione approfondita, si veda Capuano et al. (2009)).

4.1 MODELLO DEL DOMINIO

Per la rappresentazione del dominio della conoscenza, IWT fornisce un modello a tre livelli, che sono rappresentati da: ontologie, risorse di apprendimento e metadata. Il primo permette di rappresentare

astrattamente il *sapere* in oggetto, i secondi sono il frutto della trasposizione didattica, e il terzo permette di legare (nella piattaforma) il primo con i secondi. Andiamo a vedere nel dettaglio i livelli detti.

Il dominio del *sapere* da insegnare/apprendere è rappresentato da una mappa concettuale, detta ontologia, ovvero da un grafo composto di nodi e relazioni tra essi. Le relazioni supportate sono di due tipologie: relazioni gerarchiche, che permettono di fattorizzare nodi di alto livello in nodi di basso livello, e relazioni di ordine, che permettono di definire un ordinamento parziale nell'insieme dei nodi.

Se consideriamo i nodi come "pezzi" (*chunks*) di conoscenza del dominio, possiamo definire in IWT tre tipi di relazione:

- $HP(a,b)$: diremo che *a appartiene a b* se l'apprendimento di *a* serve a completare l'apprendimento di *b*, ovvero *a* è parte di *b* (relazione gerarchica). Ad esempio, se pensiamo alle rappresentazioni semiotiche di un concetto, ogni rappresentazione ci fa vedere una sfaccettatura del concetto (delle proprietà, ad es.), quindi ognuna di esse è una parte del concetto, ma non lo esaurisce, e solo la comprensione di più (o tutte le) rappresentazioni ci permette l'apprendimento del concetto (Duval, 2006; D'Amore, 1999).
- $IRB(a, b)$: diremo che *a è richiesto da b* se l'apprendimento di *a* è condizione necessaria per l'apprendimento di *b*, ovvero *a* è prerequisito per *b* (relazione di ordine). Ad esempio, la capacità di calcolare un determinante è prerequisito per la capacità di applicare il metodo di Cramer.
- $SO(a,b)$: diremo che *a precede b* se è auspicabile o consigliabile apprendere prima *a* e poi *b* (relazione di ordine).

La differenza tra le ultime due relazioni sta nel fatto che nel primo caso l'ordinamento è obbligatorio, nel secondo è opzionale e può dipendere da scelte legate a prassi didattiche, ad es. i programmi ministeriali.

Una tale rappresentazione del dominio di conoscenza, ovvero l'insieme dei nodi della mappa concettuale (*dizionario*) e la definizione delle relazioni tra di essi, viene chiamata *ontologia* di dominio.

Il secondo livello è quello delle risorse di apprendimento, che si distinguono in due tipi: i Learning Object (LO) e le Learning Activity (LA). I LO sono risorse digitali, che si riferiscono a contenuti autoconsistenti, riutilizzabili, aggregabili e riferibili in piattaforma (cfr. metadata nel seguito della presente sezione). Una LA invece si riferisce a una collezione di specifici LO insieme a dei servizi (ad es. laboratori virtuali, forum, etc.) necessari per eseguire l'attività che mira al raggiungimento di fissati obiettivi didattici (IMS Learning Design Information Model, paragrafi 1.1 e 2.3). Osserviamo che in questo contesto, ci riferiamo a una classe ristretta di LA (tra quelle possibili in piattaforma) che abbiano la caratteristica di essere gestibili da LIA come entità unica alla stregua di un LO (ad es. simulazioni, attività di problem-solving, esperimenti scientifici virtuali, storytelling). I LO e le LA si riferiscono prevalentemente alla trasposizione didattica, cioè essi sono il risultato del lavoro di adattamento del sapere in oggetto o attività di insegnamento/apprendimento "in funzione del luogo, del pubblico e delle finalità didattiche che ci si pone" (D'Amore, 1999, p. 223). Osserviamo che, mentre nella didattica tradizionale la trasposizione didattica ha un contesto preciso, che è la classe, quindi il livello medio degli studenti, il contesto socio-culturale, gli obiettivi definiti dai programmi scolastici, etc., nell'e-learning il luogo, il pubblico e le finalità didattiche diventano "tutte quelle possibili". Intendiamo dire che l'autore disegna (ovvero può disegnare) un LO o una LA per ciascun profilo di studente possibile, quindi il pubblico che nella classe tradizionale è "lo studente medio della classe", nell'e-learning diventa un singolo studente, con sue caratteristiche in termini didattici e con sue finalità didattiche. Il "luogo" diventa virtuale, quindi l'adattamento al luogo significa anche adattamento alle possibilità che la tecnologia a distanza e le piattaforme offrono.

Tra le risorse di apprendimento si annoverano anche le risorse specifiche per la verifica dell'apprendimento, che consistono in test (quiz) a risposta chiusa.

Il terzo livello è costituito dai metadata, che sono informazioni descrittive che permettono di etichettare ogni risorsa di apprendimento (LO o LA). Tale etichetta contiene:

- informazioni di tipo didattico, che permettono di associare alla risorsa una strategia didattica in modo semplificato, ovvero come insieme di attributi a cui è assegnato un valore, come mostrato in Figura 1;

Figura 1 - Metadata: informazioni didattiche

- informazioni di dominio, che permettono l'associazione della risorsa a uno o più nodi di una ontologia relativa al dominio in esame, come si può vedere nel riquadro rosso della Figura 2 dove si legge l'associazione della LA in esame con il nodo "MetodoDiCramer" dell'ontologia "AlgebraLineare".

Figura 2 - Metadata: associazione tra LA e nodo in un'ontologia

Nella sostanza, un LO o una LA in IWT rappresentano una risorsa che mira all'apprendimento di uno o più pezzi di conoscenza definiti come nodi dell'ontologia di dominio. Il legame tra la risorsa e i nodi è reso

esplicito a livello “macchina” attraverso i metadata, ovvero quanto osservato nella Figura 2 significa che IWT è in grado di “capire” che la fruizione da parte dello studente della risorsa in esame ha lo scopo di fornirgli un supporto per l’apprendimento del metodo di Cramer.

4.2 MODELLO DELLO STUDENTE

Lo studente è l’attore principale del processo di apprendimento. Egli è rappresentato in IWT con un *Profilo* che, dal punto di vista didattico, contiene due gruppi di informazioni di interesse: lo *stato cognitivo* e le *preferenze di apprendimento*.

Lo stato cognitivo è rappresentato da coppie (C,d) , dove C è uno dei nodi di una ontologia di dominio presente su IWT e d è il grado di conoscenza di C assegnato allo studente (ad es. d può essere il voto). E’ fissata una soglia s , a partire dalla quale si intende che lo studente abbia appreso il pezzo di conoscenza che il nodo C rappresenta.

L’aggiornamento dello stato cognitivo avviene in maniera automatica ogniqualvolta lo studente fruisce un test (quiz) all’interno di una esperienza di apprendimento personalizzata.

Le preferenze di apprendimento si riferiscono alle strategie didattiche che possono essere adottate per il singolo studente e che per lui risultano più efficaci. L’assegnazione allo studente avviene o per sua scelta tra diversi profili descritti in modo narrativo o in modo automatico sottoponendogli un questionario a cui rispondere. In maniera trasparente all’utente, in entrambi i casi il profilo che ne deriva viene “tradotto” nell’attribuzione di opportuni valori ai parametri didattici che abbiamo visto in Figura 1.

Anche le preferenze possono essere aggiornate automaticamente. Ad es. qualora il sistema si accorga che lo studente ha maggiore successo nei test dopo aver fruito risorse di una certa tipologia diversa da quella indicata nel profilo studente, allora le preferenze associate allo studente vengono modificate di conseguenza.

4.3 PROFILO AFFETTIVO

Studi pedagogici affermano come fattori affettivi (motivazione, conazione, etc.) influenzino l’apprendimento (Boscolo, 1997). Più in particolare, per la matematica è stato mostrato il successo o il fallimento siano influenza dall’ “atteggiamento” verso la matematica, dove per atteggiamento ci riferiamo alla definizione di Zan&DiMartino (2007). A partire da quest’ultima, abbiamo definito un modello per il profilo affettivo in matematica di uno studente (Albano&Ascione, 2007, 2008), che tiene in considerazione i seguenti fattori e le relazioni tra essi:

- la disposizione emozionale dello studente, descritta dall’espressione “mi piace/non mi piace”;
- la visione della matematica dello studente riflessa dall’espressione “la matematica è ...”;
- il senso di autoefficacia dello studente , denunciato dall’espressione “riesco/non riesco”.

La combinazione delle dimensioni sopra citate possono essere visti come costituenti di uno “spazio di apprendimento” tridimensionale, definito *mathematical affective space* (Albano & Ascione, 2008), i cui assi sono la visione della matematica, il senso di autoefficacia, la disposizione emozionale.

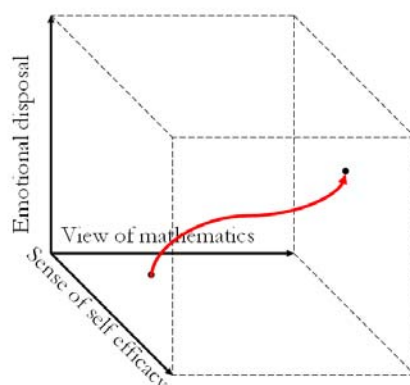


Figura 3 - Spazio affettivo matematico

Questo strumento matematico consentirà di monitorare il profilo affettivo dello studente durante e dopo la fase di apprendimento. Ovviamente, per tale scopo è necessario che ad ogni singolo studente sia associato un punto in tale spazio che rappresenti il suo atteggiamento nei confronti della matematica. A tal fine è stata definita una metodologia che consenta di associare ad ogni studente una terna di valori numerici che rappresenti la sua visione della matematica, il suo senso di autoefficacia, la sua disposizione emozionale nei confronti della matematica. Tale metodologia si è concretizzata nella messa a punto di un questionario misto, ovvero sia con domande a risposta chiusa sia con domande a risposta aperta (Albano & Ascione, 2008). Ampie sperimentazioni fatte hanno permesso di raccogliere un discreto campione di risposte alle domande aperte, in modo tale da permettere una conversione “controllata” del questionario in una formulazione completamente “chiusa”, in modo da permetterne una implementazione automatica nella piattaforma IWT che è in corso di sperimentazione per la validazione.

Il profilo affettivo in matematica risulta estremamente utile per una personalizzazione dell'apprendimento che vada al di là degli aspetti cognitivi o delle preferenze didattiche, ma che faccia riferimento a una strategia di considerazione dello studente come persona nella sua totalità e nello specifico nel suo atteggiamento verso la matematica, frutto della sua esperienza fino a quel momento. L'intervento di personalizzazione non sarà quindi mirato ai contenuti dell'apprendimento, quanto piuttosto al miglioramento dell'atteggiamento verso la materia di apprendimento, attraverso esperienze “positive”. Il lavoro in questa direzione è molto interessante e sarà sicuramente oggetto di molto altro studio.

5 IMPLEMENTAZIONE DI APPRENDIMENTO PERSONALIZZATO IN IWT

In questa sezione vogliamo andare a presentare alcune implementazioni di apprendimento personalizzato in IWT per il dominio della matematica. Le implementazioni fatte sono state utilizzate, in modalità blended, a supporto di corsi tradizionali tenuti all'Università di Salerno con studenti del primo anno della Facoltà di Ingegneria.

5.1 LA RAPPRESENTAZIONE DELLA CONOSCENZA MATEMATICA: QUADRO TEORICO

Secondo Sfard (1991), i blocchi fondamentali (building blocks) della matematica possono essere indicati con parole diverse a seconda del punto di vista che si vuole assumere:

- Concetto (*concept* o a volte *notion*): indica il riferimento a una idea matematica nella sua forma “ufficiale”, ovvero come costruito teorico all’interno dell’ “universo formale della conoscenza – *knowledge* - ideale”;
- Concezione (*conception*): indica il complesso delle rappresentazioni interne e delle associazioni evocate dal concetto, ovvero la controparte del concetto nell’ “universo soggettivo e interno della conoscenza – *knowing*¹ – umana”.

L’apprendimento è quindi la costruzione di *concezioni* da parte dello studente. Sfard distingue due tipi di concezioni, che sono poi due facce della stessa medaglia:

- Concezione strutturale (*structural conception*): descrizione dei concetti in termini di oggetti astratti, ad es. simmetria come proprietà statica di forme geometriche, funzione come un insieme di coppie ordinate;
- Concezione operativa (*operational conception*): descrizione in termini di processi, algoritmi e azioni, ad es. simmetria come un tipo di trasformazione, funzione come metodo per andare da un insieme a un altro.

Nell’approccio strutturale una entità matematica è vista come se fosse un oggetto esistente nel mondo reale e presuppone la capacità di riconoscere l’idea al volo e di manipolarla come un tutt’uno senza scendere nel dettaglio.

Nell’approccio operativo invece una entità matematica è interpretata come un processo e quindi è una entità potenziale più che reale, che diventa “esistente” su richiesta, a seguito di una sequenza di azioni.

La differenza tra il modo di pensare strutturale e il modo di pensare operativo sta principalmente nelle convinzioni basilari, spesso implicite, sulla natura delle entità matematiche (oggetti o processi). E’ importante sottolineare tuttavia che le concezioni strutturali e operative di una stessa nozione matematica non sono affatto mutuamente esclusive, ma anzi complementari. La capacità di vedere una stessa entità tanto come oggetto quanto come processo è indispensabile per una comprensione profonda della matematica, qualunque sia la definizione di “comprensione”.

Sfard afferma che non si può arrivare alle concezioni strutturali senza passare da quelle operative, riabilitando in tal modo le “abilità tecniche”. Le operazioni ovvero i processi diventano nuovi oggetti che costituiscono la base per una teoria di più alto livello, alla fine di un cammino composto di tre fasi: 1) interiorizzazione – in cui lo studente diventa abile nell’applicare delle tecniche, attraverso l’esercizio su oggetti matematici di livello basso, fino riuscire a compiere un processo mentalmente, cioè senza materialmente farlo, 2) condensazione – in cui lo studente comincia a comprimere lunghe sequenze di operazioni in blocchi più maneggevoli, arrivando così a pensare a un dato processo come un tutt’uno senza

¹ In Balacheff & Sutherland (1999) troviamo la distinzione tra ‘knowledge’ come costruito della società e ‘knowing’ come costruito dell’individuo.

bisogno di andare in dettaglio; 3) reificazione – in cui infine lo studente riesce a distaccare una nuova entità dai processi che ha operato, per cui diverse rappresentazioni vanno a unificarsi in un unico nuovo oggetto.

Restando nell'ambito della doppia "faccia" delle concezioni matematiche (oggetti e processi), ci sembra allora interessante la definizione di procept di Gray & Tall (1994). Essi distinguono innanzitutto tra procedura e processo. La prima è un algoritmo passo-passo in cui l'utente deve completare ogni passo prima di affrontare il successivo. Il secondo invece si riferisce a uno o più procedure (che hanno lo stesso effetto globale) che vengono viste come un tutt'uno, senza bisogno di riferirsi ai singoli passi o alle diverse procedure. Es. *"risolvere un sistema lineare"* richiama un processo che può far riferimento a diverse procedure di risoluzione: *algoritmo di Gauss, addizione e sottrazione, teorema di Cramer, etc.* L'interiorizzazione di procedure può portare alla loro cristallizzazione come oggetti mentali, che possono essere manipolati e che assurgono al rango di *concezioni strutturali*, per dirla alla Sfard. Quando si fondono procedure-processo-simbolo/parole, nasce quello che Gray & Tall definiscono come procept.

Un procept è un "termine" che può riferirsi liberamente tanto a una concezione (mentale) – ovvero una concezione strutturale – quanto a dei processi da compiersi con le relative procedure – ovvero una concezione operativa. Le procedure permettono all'individuo di *fare* matematica. I procepts permettono invece non solo di effettuare delle procedure ma anche di guardare i simboli (o le parole) come oggetti mentali e quindi di *pensare* sulle concezioni e non solo *fare* matematica.

Nelle sezioni che seguono, utilizzeremo la struttura cognitiva della Sfard per la costruzione di esperienze di apprendimento personalizzate, e la nozione di procept di Gray&Tall per disegnare delle LA, implementate in IWT, riguardanti l'apprendimento della conoscenza operativa in matematica.

5.2 UNITÀ DI APPRENDIMENTO PERSONALIZZATO

Sulla base di una rappresentazione della conoscenza con metafora a rete e gerarchica, abbiamo sfruttato le opportunità tecnologiche di IWT per creare dei percorsi di apprendimento su misura per ciascuno studente. A tal fine presentiamo il lavoro fatto di rappresentazione della conoscenza, a livello di ontologie e LO/LA metadati (Albano, 2011a e 2011b). Illustriamo qui anche come si coniuga il percorso di apprendimento guidato con le possibilità di "libero arbitrio" date allo studente. Verrà discusso anche l'uso dei quiz che nel contesto dei percorsi personalizzati hanno uno scopo diverso dall'autovalutazione.

Andiamo innanzitutto a descrivere come IWT riesce a generare unità di apprendimento² personalizzato (Capuano et al., 2009), utilizzando il modello di dominio descritto precedentemente. Una unità di apprendimento (UoL) in IWT consiste in una collezione di risorse per l'apprendimento (LO, LA, test) (con ordine suggerito) necessaria allo studente per l'apprendimento di un blocco di conoscenza corrispondente a un sottoinsieme di nodi e relazioni di una ontologia di un dominio.

² A 'unit of learning' is an abstract term used to refer to any delimited piece of education or training, such as a course, a module, a lesson, etc. It is noted that a 'unit of learning' represents more than just a collection of ordered resources to learn, it includes a variety of prescribed activities (problem solving activities, search activities, discussion activities, peer assessment activities, etcetera), assessments, services and support facilities provided by teachers, trainers and other staff members. (IMS Learning Design Information Model
http://www.imsglobal.org/learningdesign/ldv1p0/imsld_infov1p0.html#1508949)

Il presupposto della creazione di una UoL personalizzato è la predisposizione di opportune ontologie di dominio e di LO/LA ad esse relative, che vengono rese disponibili all'interno della piattaforma. Successivamente, il processo avviene attraverso il seguente flusso:

1. Il docente fissa l'obiettivo cognitivo, scegliendo un'ontologia e alcuni nodi (obiettivo) al suo interno;
2. IWT, leggendo le relazioni sull'ontologia che sono connesse ai nodi scelti, individua il cosiddetto *Learning Path* (LP), che consiste in una lista ordinata (parzialmente) di nodi, che permettono di coprire la porzione di ontologia relativa ai nodi obiettivo fissati;
3. IWT, attraverso l'analisi dello stato cognitivo, elimina dal LP i nodi corrispondenti a pezzi di sapere che lo studente già conosce;
4. A questo punto, il docente dà indicazioni per le eventuali fasi di valutazione, effettuate tramite quiz a risposta chiusa, indicando quante, quando, quali etc.
5. Infine, nel momento in cui ciascuno studente richiama per la prima volta la fruizione della UoL, IWT associa ai nodi del LP le risorse (LO/LA) più opportune in accordo alle preferenze didattiche dello studente.

L'UoL così costruita viene aggiornata automaticamente dopo i quiz, essendo le domande associate ai nodi attraverso i metadata. La nuova UoL include risorse di recupero riguardanti i nodi per i quali lo studente non ha raggiunto la sufficienza.

La fase di valutazione può avere impatto anche sull'aggiornamento delle preferenze didattiche dello studente. Infatti, qualora lo studente ottenga successo sempre con una stessa tipologia di risorsa con caratteristiche diverse da quelle del suo profilo, queste vengono automaticamente aggiornate da IWT.

Sperimentazioni sono state svolte per i corsi di Geometria da 3 CFU e 6 CFU del primo anno della Facoltà di Ingegneria. A tal fine abbiamo implementato in IWT una rappresentazione della conoscenza di dominio, utilizzando la metafora della rete attraverso lo strumento dell'ontologia in IWT. Il primo passo è stato scegliere un opportuno livello di granularità per spezzare in parti 'atomiche' le varie conoscenze. Così abbiamo realizzato un'opportuna decomposizione del dominio di Geometria, costruendo un dizionario di circa 150 termini, che sono andati a costituire i nodi del grafo. Abbiamo poi definito le relazioni tra i diversi nodi, scegliendole tra quelle disponibili, ovvero due relazioni di ordine "Is Required By" (pre-requisito) e "Suggested Order", e una relazione di decomposizione "Has Part". Nella figura seguente vediamo un pezzo dell'ontologia creata.

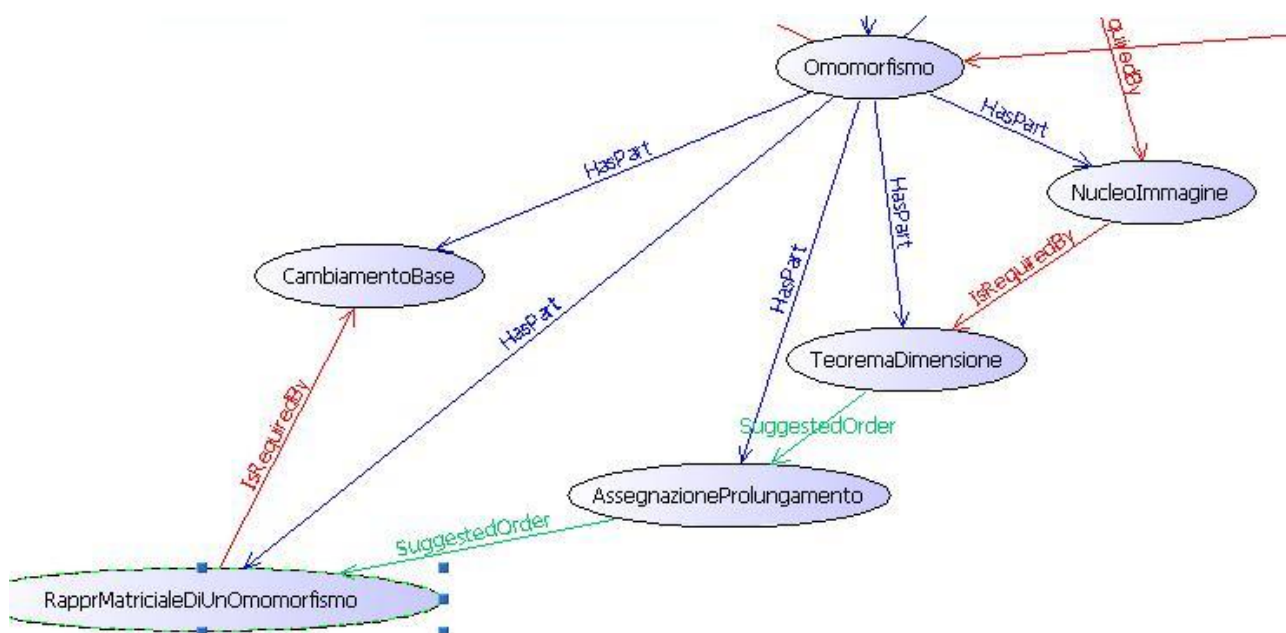


Figura 4 - Un esempio di ontologia in IWT

Perché la personalizzazione sia significativa, è stato poi necessario provvedere a creare varie risorse di apprendimento, differenti per tipologia, densità semantica, media, etc., che sono stati opportunamente metadati associandoli all'ontologia di riferimento, e disegnati tenendo in particolare conto i risultati di ricerca in educazione matematica (Albano, 2011b), tra i quali:

- Uso di rappresentazioni multiple, trattamenti e conversioni: secondo Duval (2006), la chiave della comprensione in matematica sta nel coordinamento dei sistemi di rappresentazione semiotica, ovvero nell'abilità di usare rappresentazioni diverse dello stesso "oggetto" e muoversi velocemente dall'una all'altra. Tale coordinamento, che precisa lo stesso Duval non è affatto naturale, richiede l'uso esplicito di attività come la costruzione di una rappresentazione in un certo sistema semiotico (ad esempio, scrivere un testo o una formula o disegnare una figura), il trattamento di rappresentazioni all'interno di un dato sistema semiotico (ad esempio, riassumere un testo, semplificare una formula o trasformare una figura geometrica), la conversione da un sistema semiotico a un altro (ad esempio, descrivere a parole una figura, o scrivere una formula per rappresentare dei dati da un problema reale). L'uso di più rappresentazioni può essere collegato all'interazione dell'utente con un LO in termini di *funzionamento multi-modale* (Way, 2004), che fa riferimento a varie modalità: Visuale/Spaziale (grafici e loro relazione con il testo, la forma e la misura), Linguistico (scelta delle parole, presentazione di testi, simboli e figure), Audio (suono) e Gestuale/Movimento (interazione dinamica, causa ed effetto). In tutti i LO creati è stato fatto largo uso di rappresentazioni multiple e dei processi ad essi relativi.
- Esplicitazione dei collegamenti tra diversi concetti: il National Council of Teachers in Mathematics (NCTM, 2000) enfatizza l'importanza di cogliere i collegamenti all'interno del sapere. Per questo gli LO sono stati disegnati in modo da rendere espliciti i collegamenti a diverse aree di contenuti matematici, a conoscenze precedentemente acquisite (concetti, definizioni, teoremi), ad applicazioni in diverse discipline e così via.
- Enfasi sulla *matematica relazionale*: riuscire in matematica significa padroneggiare ragionamento, pensiero critico, problemi e processi. Per questo, particolare attenzione è stata data alle dimostrazioni,

in cui, secondo Rav (1999), è immerso tutto il know-how matematico. Abbiamo assunto che una dimostrazione non fosse semplicemente un testo unico inseparabile, ma è possibile individuare in esso una struttura composta da vari blocchi autonomi, che hanno un proprio significato e uno specifico ruolo all'interno del percorso dimostrazione (ovvero, si può pensarli come sotto-obiettivi). Ognuno di questi blocchi può essere considerato come un modulo a cui ci si può riferire in maniera concisa o in maniera ampia a seconda della convenienza per gli scopi del momento. La composizione di più moduli porta alla costruzione di nuova conoscenza, ovvero permette di provare la tesi del teorema in oggetto.

Rimandiamo poi alla sezione seguente la descrizione di alcune LA implementate in IWT.

La UoL nasce quindi come esperienza di apprendimento guidato, che ha una sua valenza in caso di studenti "deboli" (Boscolo, 1997). Tuttavia la guida fornita può essere vista semplicemente come il canovaccio di una esperienza di apprendimento entro la quale lo studente è libero di muoversi secondo proprie preferenze, esigenze, etc., permettendo così la realizzazione di una personalizzazione guidata dallo stesso studente, in un approccio non lineare dove lo studente ha la libertà di esplorare e guidare il proprio processo di apprendimento (Balacheff, 2000; Maragliano, 2000), se vuole. Infatti, per ogni nodo dell'ontologia, lo studente può navigare tra risorse alternative a quella proposta da IWT. Inoltre lo studente può essere lui stesso "autore" di risorse, avendo la possibilità di annotare quelle presenti in IWT con propri appunti (non necessariamente testuali, ma ipermediali), quindi il suo rapporto con la risorsa diventa 'tridimensionale', dal momento che non si limita a ricevere ed elaborare oggetti, ma ne crea di nuovi, a partire da quelli messi a disposizione dalla piattaforma (Maragliano, 2000). Gli oggetti creati possono essere resi pubblici, a scelta dello studente, inserendosi così in un processo di condivisione e costruzione della conoscenza, dove l'apprendimento "guidato su misura", si affianca a sessioni di tutoring individuale e sociale, eventualmente tra pari.

La personalizzazione convergente convive con la divergente, giacché la prima viene garantita da UoL che sono i "Corsi", definiti rispetto alle competenze di base richieste per determinate materie e per determinati gradi scolastici. Le caratteristiche descritte di libertà dello studente gli offrono la possibilità di andare oltre. Nelle successive sezioni vedremo ulteriori modalità di personalizzazione divergente.

5.3 CONOSCENZA OPERAZIONALE E LEARNING ACTIVITIES

Sulla base del modello di rappresentazione della conoscenza procedurale che andiamo a definire nel seguito, presentiamo un modello per il disegno di LA che consistono in problemi dinamici e interattivi in cui lo studente deve coinvolgersi allo scopo di apprendere concetti operazionali, utilizzando di fatto un modo di pensare strutturale.

IL MODELLO DI RAPPRESENTAZIONE DELLA CONOSCENZA OPERAZIONALE

Vogliamo di seguito usare la definizione di procept per rappresentare una struttura cognitiva per la conoscenza operativa. Analogamente a quanto fatto da Crowley & Tall, noi immaginiamo di rappresentare la conoscenza operativa attraverso una struttura che incorpori tanto la metafora della rete quanto quella di una gerarchia verticale, dove i nodi (padre) della rete sono i procept e da questi si diramano altre connessioni verso nodi (figli), cui sono legati da una relazione gerarchica tale che i nodi figli sono fattori del nodo padre, che costituiscono le diverse procedure collegate al procept. Da un punto di vista teorico, i nodi padre della rete nascono dalla "compressione concettuale" (Crowley & Tall, 1999) dei

nodi figli, dove per compressione concettuale intendiamo quel processo che permette il passaggio dal concepire idee separate come un'unica idea con differenti aspetti. In questa struttura i procept costituiscono quello che Barnard & Tall (1997) chiamano "unità cognitiva"³ (di tipo operativo), ovvero un pezzo di conoscenza che può essere manipolato come entità unica dotata di notevole potenza cognitiva (in termini operazionali), grazie ai link "interni" a se stessa (nodi figli), visti come differenti aspetti di una stessa entità.

Ad esempio, quando trattiamo le matrici, possiamo pensare alle operazioni con le matrici come unità cognitiva che nasce dalla compressione di nodi figli ognuno dei quali corrispondente a una operazione possibile con le matrici, come somma, prodotto per uno scalare, prodotto righe per colonne, combinazione lineare. I nodi figli costituiscono concezioni operazionali, ovvero processi o procedure che permettono il calcolo, mentre il concetto padre "Operazioni con le matrici" costituisce un procept (Fig. 1), ovvero ci si può riferire ad esso tanto in senso strutturale quanto in senso operativo, a seconda dei casi. La potenza operativa del procept è espressa dai link ai nodi figli. Questa idea di unità cognitiva ha alcuni tratti in comune con l'idea costruttivista di schema, come illustrata ad esempio da Dubinsky (1991). Una differenza sta nel fatto che in quest'ultimo approccio processi e oggetti corrispondono anche a tappe diverse dello sviluppo.

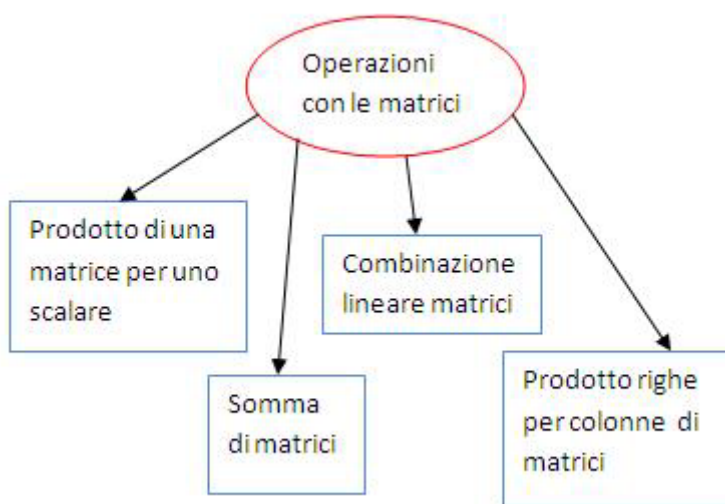


Figura 5 - esempio di procept

Esattamente questa doppia possibilità di pensiero che offrono i procept è alla base della metodologia di disegno delle WM-LA (WebMathematica Learning Activity), che andremo a vedere in dettaglio nel prossimo paragrafo.

La rappresentazione della conoscenza operativa viene quindi fatta attraverso una struttura a due livelli. Su un piano andiamo a costruire un grafo, dove i nodi sono procept corrispondenti a unità cognitive di tipo

³ Il termine "unità cognitiva" qui usato, e riferito alla definizione di Barnard & Tall, ha un significato completamente diverso dallo stesso termine usato in Mariotti (2006, pag. 183), dove nel contesto degli studi sulla dimostrazione in matematica viene assunto per *"esprimere la possibile congruenza tra la fase di argomentazione e la susseguente dimostrazione prodotta"*.

operazionale e gli archi sono le relazioni che intercorrono tra i vari procept (ad es. quella di prerequisito: il procept di dimensione di uno spazio vettoriale presuppone il procept di rango di una matrice, ovvero, qualunque sia la rappresentazione dello spazio vettoriale, il calcolo della sua dimensione presuppone l'abilità di calcolo del rango di una matrice opportunamente scelta o costruita). Ciascun nodo di questa rete è poi collegato a un livello più basso ad altri nodi (figli) che sono le procedure relative al procept da cui partono (freccia nera). Abbiamo quindi una struttura come quella rappresentata in Figura 6, dove i nodi in rosso si trovano su uno stesso piano organizzati in una struttura a grafo (freccia verde), mentre i nodi azzurri si trovano su un piano di livello inferiore e sono legati al nodo padre da cui nascono. Andando nel dettaglio, ci possono essere relazioni anche tra un procept (nodo padre) e una procedura (nodo figlio) di un altro procept), come nel caso in fig. 2 del procept determinante che, indipendentemente da come sia calcolato – ovvero dei suoi figli, è in relazione di prerequisito per la procedura di Cramer (freccia arancio tratteggiata). Volendo mantenere separati il piano dei procept e quello delle procedure, abbiamo introdotto delle relazioni sul piano dei procept in modo tale che perché due procept siano legati basta che uno dei procept sia legato a una procedura dell'altro (freccia verde tratteggiata).

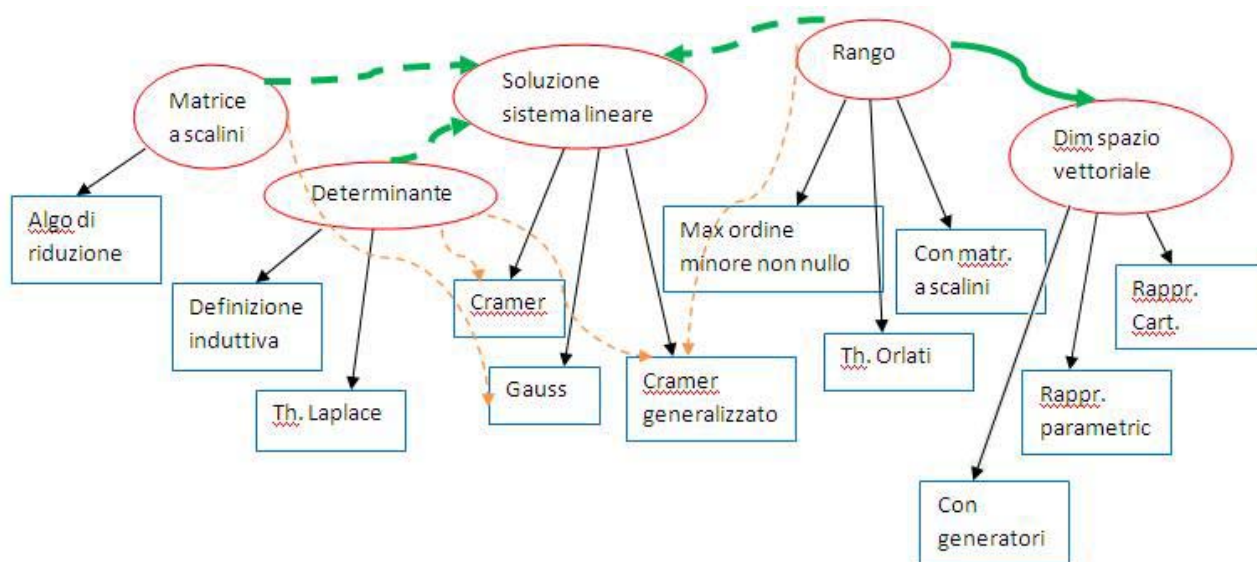


Figura 6 - esempio di struttura cognitiva a doppio livello

LA METODOLOGIA SOTTOSTANTE AL DISEGNO DELLE WEB-MATHEMATICA LA

Le WM-LA mirano all'apprendimento di concezioni operazionali. Ogni WM-LA è costituita da uno o più problemi interattivi e dinamici, che chiameremo PWM. Ogni PWM definisce una precisa tipologia di problema, ma non è un unico problema, grazie alla struttura dinamica realizzata utilizzando le potenzialità di calcolo simbolico di Mathematica e WebMathematica. Ad es. il PWM relativo al metodo di Gauss per la risoluzione di un sistema lineare definisce la struttura dell'esercizio (*template*), ovvero i passi dell'algoritmo di risoluzione di un generico sistema lineare. Tale template si concretizza nella possibilità di programmare opportune routine in Mathematica, che permettono di implementare una stessa procedura su dei dati di input simbolici che assumono valori numerici nella fase di esecuzione. Questi ultimi, che corrispondono ai dati della traccia del problema proposto allo studente (ovvero nel concreto, al sistema lineare da risolvere), non sono fissi e immagazzinati in qualche database, ma sono a loro volta generati attraverso algoritmi appositamente studiati per ciascun template, in modo tale che ogni volta che lo studente richiama

il problema, viene generata *al volo* una sua istanziazione. Particolare attenzione è stata data alla generazione dei dati del problema al fine di renderli didatticamente efficaci. Gli algoritmi di generazione sono stati perciò pensati con cura, in modo presentare casi né troppo banali né troppo difficili da affrontare. Ad es. nel PWM che riguarda la procedura di trasformazione di una conica non degenera nella sua forma canonica, il polinomio che descrive la conica generica non è stato generato semplicemente assegnando in maniera random i coefficienti in gioco, perché in tal caso ci sono altissime probabilità che gli autovalori associati alla forma quadratica risultino essere poco significativi per lo scopo del problema, poiché si tratta nella maggior parte dei casi di numeri ingestibili nei conti manuali per uno studente. Per evitare tale situazione, è stato creato un algoritmo che genera la traccia sfruttando esattamente le conoscenze (del docente) sulla relazione (di diagonalizzazione ortogonale) tra le matrici associate alla conica e alla forma canonica. Pertanto a partire da una generazione random di due autovalori, scelti in un range di interi o razionali accettabili, e da una generazione di matrice ortogonale, anch'essa "accettabile", si è costruita la matrice associata alla conica da cui si ricava il polinomio e quindi la traccia del problema.

I PWM fanno riferimento a delle procedure di calcolo, presentano quindi specifici algoritmi passo-passo per la risoluzione di un determinato tipo di problema. La compressione concettuale di più PWM dà vita a una WM-LA. Dal punto di vista della rappresentazione della conoscenza, i PWM si trovano nella parte gerarchica, mentre le WM-LA sono i nodi della rete sovrastante. Le WM-LA corrispondono quindi alla compressione di più PWM e fanno riferimento a una "unità cognitiva", nel senso detto precedentemente (Barnard & Tall, 1997) di qualcosa a cui ci si possa riferire come un tutt'uno. Per questo motivo, la compressione può essere generata in base a diversi criteri, quali ad esempio: 1) compressione di più PWM che corrispondono ad un unico processo, ma a più procedure, che possono essere interscambiabili, come ad es. l'algoritmo di Gauss e quello di Cramer, o mutuamente esclusivi, perché dipendenti dai dati del problema, come il caso del calcolo di una base di uno spazio vettoriale dove gli algoritmi di soluzione differiscono a seconda che lo spazio vettoriale sia dato in forma cartesiana o parametrica o attraverso un insieme di generatori; 2) compressione di più PWM che si riferiscono a dei procept che possono essere raccolti in un'unica unità cognitiva, come nel caso del WM-LA "operazioni sulle matrici" citato al paragrafo precedente.

Nel disegno degli algoritmi passo-passo di ciascun PWM, ci siamo riferiti alla definizione di procept e quindi alla sua caratteristica di poter *pensare* su concezioni operazionali, favorendo di fatto nello studente un avvio al pensiero strutturale. Infatti abbiamo definito "passo" di un PWM o un'azione atomica, non classificabile come procedura o processo, o un procept, corrispondente a una WM-LA esistente. Ad esempio, nel PWM relativo al calcolo di una base di uno sottospazio vettoriale V di cui sia data la rappresentazione cartesiana, uno dei passi è la soluzione di un sistema lineare, che richiede allo studente in primo luogo di riflettere sul significato delle soluzioni, indipendentemente dalle procedure con cui trovarle – la cui scelta è lasciata allo studente stesso; questo passo costituisce quindi una unità cognitiva.

L'assegnazione di valori ai parametri di descrizione delle soluzioni trovata è invece un'azione atomica. Nella definizione di un passo di un PWM ci siamo riferiti quindi a quelle relazioni indicate con frecce tratteggiate arancio che compaiono nella Figura 6: ad esempio il calcolo di un determinante è un passo dell'algoritmo di risoluzione di Cramer per i sistemi lineari, così come la riduzione di una matrice a scalini lo è nel caso della risoluzione con Gauss. In tali casi le concezioni operazionali di determinante e matrice a scalini sono pensate come un'operazione di "alto livello", un tutt'uno, mentre il dettaglio algoritmico corrispondente è sviluppato in un opportuno PWM. L'attenzione dello studente viene qui focalizzata non tanto sul "calcolo" di un determinante oppure sulla "riduzione" di una matrice in forma a scalini, quanto piuttosto sul fatto che ha bisogno di calcolare un determinante così come ha bisogno di ridurre una matrice in forma a scalini.

A ogni passo di interazione con un PWM, in cui cioè lo studente deve fornire una risposta a una richiesta, la piattaforma fornisce una valutazione automatica e immediata della correttezza delle risposte. La valutazione non si riduce a una semplice indicazione *esatto* o *sbagliato*, ma sviluppa un'inferenza sulle risposte date dall'utente, distinguendo quindi vari tipi di errori, evidenziando, oltre a semplici errori di calcolo, incoerenze logiche tra più dati inseriti o lacune teoriche presenti. Entrambe le tipologie di errore vengono controllate sfruttando la potenza di calcolo numerico e simbolico di Mathematica. A tal fine, per ogni PWM è stato condotto uno studio di analisi dei possibili errori, in base all'esperienza pluriennale di docenza in corsi di geometria presso la facoltà di Ingegneria dell'Univ. di Salerno e quindi alla disponibilità di centinaia di protocolli (prova scritta dell'esame di geometria). Tale analisi ha portato alla stesura di una lista degli errori più frequenti. Per ciascuno di essi è stato elaborato un opportuno controllo da effettuare e un opportuno messaggio di feedback da dare allo studente.

Le potenzialità di calcolo numerico e simbolico di Mathematica sono state sfruttate anche per accertare la correttezza di risultati equivalenti tra loro. Infatti, come è ben noto, molti problemi di algebra lineare e geometria non hanno una soluzione univocamente determinata (si pensi ad esempio alla ricerca di una base di uno spazio vettoriale o delle equazioni parametriche di una retta). In tal caso gli algoritmi di controllo sono stati predisposti per poter verificare la correttezza attraverso la verifica di opportune proprietà dell'oggetto richiesto, indipendentemente dalla istanza numerica con cui viene fornito. Riferendoci agli esempi citati, la verifica di base passa ad esempio attraverso la correttezza del numero di elementi della base, così come la correttezza dell'appartenenza allo spazio vettoriale dato (ad esempio con la verifica che i vettori dati soddisfino la rappresentazione cartesiana, qualora disponibile), così come la correttezza della loro indipendenza lineare, etc. Analogamente, la verifica della rappresentazione parametrica fornita dallo studente passa attraverso la proporzionalità dei vettori direzionali così come l'appartenenza di un punto. E così via.

Una volta individuata per ogni PWM una lista di errori possibili, i relativi controlli sono stati implementati con algoritmi di Mathematica, che hanno fatto uso anche di funzionalità di verità logica disponibile nel software.

A seconda del tipo di errore viene dato allo studente un suggerimento personalizzato per metterlo in grado di recuperare le mancanze, come ad esempio rinvio ad esercizi propedeutici, teoria collegata o altro.

Guardiamo nel dettaglio, come esempio, il PWM relativo al calcolo di una base di uno spazio vettoriale V di cui sia data la rappresentazione cartesiana.

Determinare la dimensione e una base dello spazio vettoriale V rappresentato dal sistema lineare:

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ -3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

IWT suggerisce i seguenti passi:

- Calcolare l'insieme delle soluzioni del sistema lineare dato;
- Determinare $\dim V$ e una base delle soluzioni del sistema lineare;

Supponiamo che la risposta dello studente sia $\dim V=3$ e $B_V = \{\{1,-1,0\}, \{2,-2,1\}, \{-1,2,0\}\}$. IWT controlla la correttezza della risposta, grazie a Mathematica e Web-Mathematica, e fornisce il seguente feedback:

La dimensione dello spazio V è errata. Nota che la dimensione dello spazio V , dato in forma cartesiana, equivale al numero di variabili dipendenti del sistema lineare dato. Controlla e ricalcola $\dim V$.

Inoltre osserva che non tutti i vettori che hai dato appartengono allo spazio V . Che relazione ha un vettore di V con il sistema lineare dato? Controlla i conti e inserisci di nuovo una base di V .

Infine fai attenzione al numero di componenti dei vettori inseriti!! In quale spazio ambiente è incluso V ?

Come si vede, IWT ha rilevato due errori. Il primo, la dimensione dello spazio errata, che può essere attribuita tanto a un semplice errore di calcolo (il rango della matrice, ad es.) quanto a un errore teorico (ovvero non sapere che $\dim V = n - \text{rk}A$), ed è per quest'ultimo caso che IWT dà un suggerimento per il calcolo di $\dim V$. Il secondo errore è più grave, dal momento che evidenzia che lo studente non si rende conto che V è sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 e quindi i suoi vettori devono essere quaterne.

A questo punto, lo studente può riprovare a risolvere l'esercizio. Supponiamo che la sua nuova risposta sia $\dim V=2$ e $B_V = \{\{1,-2\}, \{3,-5\}, \{0,-5\}\}$. Dopo la verifica di correttezza, il feedback è:

La dimensione dello spazio è corretta, ma la risposta data è incoerente giacché la dimensione di V che hai inserito non è uguale alla cardinalità della base data. Che relazione c'è tra la dimensione di uno spazio vettoriale e le sue basi? Forse è meglio che ridai uno sguardo alla teoria.

Inoltre nota che i vettori che hai dato non sono soluzioni del sistema lineare dato. Ricontrolla il calcolo della base.

Infine, fai attenzione alla lunghezza dei vettori che hai inserito!

L'IMPLEMENTAZIONE IN IWT DELLE WEB-MATHEMATICA LA

Utilizzando le ontologie di IWT, abbiamo implementato una rappresentazione della conoscenza operativa relativa agli argomenti di algebra lineare dei corsi di Geometria, oggetto delle sperimentazioni. Coerentemente col modello teorico suddetto, i nodi dell'ontologia sono stati identificati con i procept relativi alle WM-LA implementate, ovvero l'ontologia implementa solo il livello più alto della struttura cognitiva rappresentata in Figura 6, mentre il livello gerarchicamente più in basso è stato implementato come risorsa di apprendimento PWM. In virtù di tale scelta, le relazioni tra i nodi sono tutte e sole quelle in verde, e più precisamente due nodi sono legati da un arco se c'è una relazione tra i due procept (tratto continuo), o se c'è una relazione tra una procedura relativa a un nodo e un procept (tratto discontinuo).

Ad ogni nodo dell'ontologia è stata associata una WM-LA, vista come aggregazione di più PVM, ciascuno dei quali è associato a un nodo di livello gerarchicamente più basso della struttura cognitiva precedentemente descritta. Sulla base di ciò, è possibile costruire UoL costituite da WM-LA.

5.4 LA PERSONALIZZAZIONE COME APPRENDIMENTO AUTOREGOLATO

La capacità di apprendimento autonomo è una delle richieste basilari per il cittadino di oggi. Questa capacità consiste nell'autoregolazione, ovvero nel saper controllare i processi di acquisizione, elaborazione e utilizzazione della conoscenza in relazione agli obiettivi di apprendimento che ci si pone, alla percezione delle proprie conoscenze, all'atteggiamento rispetto agli insuccessi del passato e alle aspettative per il

futuro (Boscolo, 1997, p. 320). D'altra parte, per la matematica, Zan ha mostrato che ripetuti comportamenti fallimentari possono essere interpretati non tanto come dipendenti da conoscenze insufficienti quanto piuttosto da una cattiva gestione delle stesse e da atteggiamenti negativi (Zan, 2006, p. 238). Lo sviluppo dell'autoregolazione negli studenti richiede che anche le soluzioni di e-learning offrano funzionalità e strumenti che permettano allo studente di esercitare il controllo delle dimensioni essenziali dell'apprendimento (R. Kemp *et al.*, 2009), l'orientamento ed la selezione degli obiettivi di apprendimento (Nussbaumer *et al.*, 2008). In questo contesto, IWT, nell'istanziamento della soluzione *matematicafacile.it*, offre la possibilità allo studente di scegliersi degli obiettivi e di pianificare un proprio percorso di apprendimento, esprimendo le proprie esigenze formative personali in linguaggio naturale (Figura 7).

Esprimi le tue esigenze formative

1. Esprimi l'esigenza

Indietro Avanti

Esigenza Formativa in linguaggio Naturale:

Figura 7 - Esplicitazione dell'esigenza formativa

Lo studente esprime il suo interesse formativo, ad es. *“Vorrei imparare le coniche; Come superare la prova scritta di geometria”*, la richiesta viene analizzata (anche grazie all'uso delle ontologie di dominio) e IWT fornisce allo studente una lista di risposte, dette OFAL (Obiettivo Formativo di Alto Livello), con relativo livello di attinenza, già predisposte da altri utenti.

Lista degli obiettivi			
Rappresentazione_della_Conoscenza Basi teoriche sulla rappresentazione della conoscenza. Attinenza:100%	Approcci_Logici_alla_rappresentazione... Utilizzare la logica per la rappresentazione della conoscenza. Attinenza:77%	La_rappresentazione_della_conoscenza... Descrizione delle componenti del modello della conoscenza. Attinenza:71%	Ontologie_finalizzate_a_contesti_d... Introduzione alle ontologie per la rappresentazione della... Attinenza:68%
Cenni_di_Teorie_degli_Insiemi Nozioni fondamentali sulla teoria degli insiemi. La teoria è... Attinenza:59%	La_Gestione_della_Conoscenza Metodi per la gestione della conoscenza. Attinenza:28%		

Figura 8 - OFAL disponibili relativamente all'esigenza espressa

In alternativa lo studente può accedere alle ontologie disponibili nonché a ulteriori contenuti (FAQ, documenti, risposte di esperti e risposte di altri discenti) che possono essere utili per individuare la risposta alla propria richiesta. Le esigenze non soddisfatte dal sistema sono indirizzate a esperti. Una volta ricevuta la notifica, questi sarà guidato da un'interfaccia semplice e intuitiva nella costruzione di nuovi contenuti, nell'aggiornamento delle ontologie di dominio, nella redazione di nuove risposte da includere nella base di conoscenza e condividere con la comunità (interna). Le risposte degli esperti avranno un'etichetta di 'garanzia' che li distinguerà da quelle generate dai discenti, cui è invece associata una valutazione "sociale" (ad es. attraverso meccanismi informali come il rating).

BIBLIOGRAFIA

- Albano, G. (2011a). Mathematics education: teaching and learning opportunities in blended learning. In A. Juan, A. Huertas, S. Trenholm and C. Steegmann (eds): *Teaching Mathematics Online: Emergent Technologies and Methodologies* – pp. 60-89. **ISBN:** 10.4018/978-1-60960-875-0 (hardcover) -- ISBN 978-1-60960-876-7 (ebook) -- ISBN 978-1-60960-877-4 (print & perpetual access), **ISBN13:** 9781609608750, **ISBN10:** 1609608755, **EISBN13:** 9781609608767, **DOI:** 10.4018/978-1-60960-875-0.ch004.
- Albano, G. (2011b). Learning objects e percorsi di apprendimento personalizzato in piattaforme di e-learning. *Tecnologie Didattiche TD N.54 Numero 3 (dicembre) 2011*, ISSN: 1970-061X – pp. 142-146.
- Albano, G., Ascione, R. (2007). Affective profiling in mathematics e-learning: a preliminary study. In López Eire, Antonio (dir); García Peñalvo, Francisco José (ed. lit); Seoane Pardo, Antonio Miguel (ed. lit); Morales Morgado, Erla Mariela (ed. lit), *Proc. of eUniverSALearning 07* – pp. 144-149, ISBN: 978-84-930218-4-9
- Albano, G., Ascione, R. (2008). E-Learning and Affective Student's Profile in Mathematics. *Int. J. of Emerging Technologies in Learning*, Vol. 3 (2008), Special Issue: ICL2008, ISSN: 1863-0383, pp. 6-13.
- Balacheff, N. (2000). A modelling challenge: untangling learners' knowing'. *Journées Internationales d'Orsay sur les Sciences Cognitives: L'apprentissage, JIOSC2000*, Paris.
- Balacheff N. (2000). Teaching, an emergent property of eLearning environments. The information society for all. <http://www-didactique.imag.fr/Balacheff/TextesDivers/IST2000.html>
- Balacheff, N., Sutherland, R. (1999). Didactical Complexity of Computational Environments for the Learning of Mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, Volume 4, Issue 1, pp 1-26.
- Baldacci M. (2006). *Personalizzazione o individualizzazione?* Centro Studi Erickson.
- Barnard & Tall (1997). Cognitive units, connections and mathematical proof. *Proc. Of the 21st Conference of PME*, **2**, 41-48.
- Boscolo, P. (1997). *Psicologia dell'apprendimento scolastico. Aspetti cognitivi e motivazionali*. UTET Libreria.
- Capuano, N., Gaeta, M., Marengo, A., Miranda, S., Orciuoli, F., Ritrovato, P. (2009). LIA: an Intelligent Advisor for e-Learning. *Intearctive Learning Environments*, Vol. 17, Issue 3, pp. 221-239
- Crowley & Tall (1999). The roles of cognitive units, connections and procedures in achieving goals in college algebra. *Proc. Of the 23rd Conference of PME*, **2**, 225-232.
- D'Amore, B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Pitagora Editrice Bologna.
- Dubinsky, E.(1991). 'Reflective abstraction in advanced mathematical thinking'. In D. Tall (Ed.). *Advanced mathematical thinking* (pp. 95-123). Dordrecht (NL): Kluwer.

Duval, R. (2006), The Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in the Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 61 n°1, pp. 103-131.

Gray & Tall (1994). Duality, ambiguity and flexibility: a proceptual view of simple arithmetic. *The Journal for Research in Mathematics Education*, **26 (2)**, 115-141.

IMS Learning Design Information Model
http://www.imsglobal.org/learningdesign/ldv1p0/imsld_infv1p0.html#1508949

Kemp, R.; Kemp, E.; and Todd, E. 2009. Self-regulated fading in on-line learning. In Proceeding of the 2009 conference on Artificial Intelligence in Education, 449–456. Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands: IOS Press.

Maragliano R. (2000). *Nuovo manuale di didattica multimediale*. Editori Laterza

Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. In A. Gutiérrez & P. Boero (eds.): *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*.

Nussbaumer, A., Steiner, C., & Albert, D. (2008) Visualisation tools for supporting self-regulated learning through exploiting competence structures. Paper accepted for presentation at the Special Track on Intelligent Assistance for Self-Directed and Organizational Learning at the International Conference on Knowledge Management, 3-5 September, Graz.

Nwana, H.S. (1990). Intelligent Tutoring System: an overview. *Artificial Intelligence Review*, 4, 251-277

PISA 2012 Mathematics Framework <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46961598.pdf>

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics* **22**, 1-36.

Zan, R. (2006). *Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire*. Springer.

Zan, R., Di Martino, P. (2007). Attitude toward mathematics: overcoming the positive/negative dichotomy. *The Montana Mathematics Enthusiast*, Monograph 3, 2007, 157-168