

Il Gioco Voci-Echi per l'approccio al pensiero teorico in matematica: ripensando alle ricerche svolte negli anni '90

R. Garuti

PIANO DELL'ESPOSIZIONE:

1. Un breve cenno alle origini della ricerca sul gioco voci-echi e la sua evoluzione alla fine degli anni '90.
2. Si focalizzerà l'attenzione su un esperimento didattico che ipotizza l'interiorizzazione di particolari forme argomentative attraverso il VEG.
3. Si cercherà poi di analizzare i risultati di questo esperimento didattico alla luce del quadro teorico della razionalità (Boero & coll.). Infine, sempre alla luce del quadro, una possibile interpretazione di un fenomeno di anticipazione della voce avvenuto in più classi.

1. ORIGINE ED EVOLUZIONE DELLA RICERCA

La metodologia del **Gioco voci-echi** si fonda sull'attività di imitazione attiva nella "zona di sviluppo prossimale" (Vygotskij, 1992) degli allievi e sulla constatazione che i contenuti anti-intuitivi e i caratteri salienti del sapere teorico sono portati da voci (Bachtin, 1968), in particolare da voci storiche che incarnano "rivoluzioni scientifiche" che hanno modificato il modo comune di pensare a certi fenomeni fisici e naturali, ma anche modi di **approccio al sapere teorico**.

Nella storia della letteratura l'idea di voce compare per la prima volta nelle opere di Bachtin:

il pensiero umano diventa vero pensiero, cioè idea, solo in condizioni di contatto vivo con un altro pensiero altrui, incarnato in una voce altrui, cioè in un'altrui coscienza espressa nella parola. Nel punto di contatto di queste voci-coscienza nasce e vive l'idea. [...] L'idea è un fatto vivo, che si crea nel punto dialogico di due o più coscienze. (Bachtin, Dostoevskij: poetica e stilistica, 1968).

Che cos'è il Gioco Voci-Echi (VEG)? Chiamiamo voci alcune espressioni verbali significative dal punto di vista scientifico che rappresentano in modo denso e comunicativo importanti momenti importanti nell'evoluzione del pensiero matematico e scientifico. Ognuna di queste espressioni trasmette un contenuto, un'organizzazione del discorso e l'orizzonte culturale nel quale è inserita. Attraverso specifiche richieste da parte dell'insegnante, lo studente tenta di connettersi alla voce producendo un'eco, cioè un legame con la voce esplicitato da un discorso, di collegare la voce con le proprie concezioni, le proprie esperienze, i propri sensi personali (Leont'ev, 1978). Chiameremo *gioco voci-echi* (VEG) una particolare situazione didattica che mira ad attivare la produzione, da parte degli alunni, di eco. A tale fine possono essere proposte consegne esplicite del tipo: "*Come avrebbe interpretato Aristotele il fatto una piuma cade più lentamente di una pietra? Se tu fossi Aristotele come spiegheresti a un giovane allievo il fatto che il fumo sale verso l'alto? Se tu fossi Aristotele come spiegheresti il fatto che la farina cade a terra più lentamente dei chicchi di grano? Scrivi un dialogo come se tu fossi Platone*

sull'errore scelto. Se tu fossi Mendel come organizzeresti un esperimento con gatti bianchi e neri?

Quali sono gli scopi del Gioco Voci-Echi (VEG)? La nostra ipotesi *iniziale* era che attraverso il Gioco Voci-Echi si potesse ampliare l'orizzonte culturale degli studenti inserendo alcuni elementi della conoscenza teorica difficili da realizzare in ottica costruttivista e, contemporaneamente difficili da mediare attraverso un approccio tradizionale (Boero & al, 1997). Dalla prima serie di teaching experiments (le prime analisi e riflessioni sul gioco Voci-Eco sono state elaborate nella tesi di laurea di Pedemonte e Robotti, 1995) realizzati in diverse classi e ripetuti in più anni avevano messo in luce diverse potenzialità del VEG e ci hanno portato a realizzare ulteriori teaching experiments per meglio caratterizzare *gli elementi della conoscenza teorica* che potevano essere mediati attraverso il VEG. Infatti nella ricerca è stato (ed è) centrale il problema di individuare i caratteri salienti degli oggetti della mediazione realizzabile in classe col gioco voci-eco:

- contenuti (in particolare quelli contro-intuitivi) di una teoria (es. caduta dei gravi, trasmissione dei caratteri ereditari);
- le espressioni linguistiche utilizzate nella voce,
- i metodi (es. esperimenti mentali, casi limite);
- la struttura del discorso argomentativo (es. alternanza di esempi e generalizzazioni).

Tale problema si collega direttamente all'analisi delle potenzialità del VEG nell'approccio al sapere teorico.

A questo scopo sono stati organizzati altri esperimenti didattici (scuola primaria e secondaria di primo grado) dove il VEG aveva lo scopo di sviluppare negli studenti strumenti per il superamento di errori concettuali attraverso spiegazioni di carattere generale (Garuti et al., 1999). In questo caso la richiesta di *eco* riguarda un intero dialogo (il Menone di Platone) e l'attenzione è sul processo di superamento dell'errore e la lettura della *voce* riguarda tanto il contenuto quanto la struttura del dialogo stesso.

Un ulteriore passo avanti, come naturale evoluzione del precedente, viene fatto nell'analisi del ruolo del VEG nell'interiorizzazione di forme di argomentazione. L'ipotesi sottesa a quest'ultimo esperimento didattico (che riguarda l'uso come voce dei Dialoghi di Galileo, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, 1638), riguarda la possibilità da parte degli studenti di interiorizzare, appropriandosene, forme argomentative presenti nei dialoghi di Galileo come l'elaborazione dialogica delle ipotesi di partenza, la trasformazione degli argomenti a supporto di queste ipotesi all'interno di un quadro teorico dato con lo scopo di mettere in luce le contraddizioni presenti (Garuti & Boero, 2002).

E' su quest'ultimo esperimento didattico che verterà la presentazione al XXVIII Seminario Nazionale con l'obiettivo di ri-leggerlo alla luce degli sviluppi della ricerca di Boero e collaboratori (Douek, Morselli, Pedemonte) sulla razionalità in ambito scientifico.

2. L'ESPERIMENTO DIDATTICO SULL'INTERIORIZZAZIONE DI FORME ARGOMENTATIVE

2.1. Premessa. I dialoghi di Galileo offrono un esempio di alto livello di organizzazione del discorso scientifico, in particolare una tipica forma di argomentazione usata da Galileo consiste nell'elaborazione e nella trasformazione degli argomenti "dell'avversario" all'interno della posizione teorica da questo assunta, con lo scopo di mettere in evidenza gli aspetti di contraddizione insiti nella teoria da confutare, per questo si utilizzano metodi come, ad esempio, esperimenti mentali e casi limite.

Questa forma di organizzazione del discorso scientifico può essere interpretata come un dialogo interiore in una serie di importanti attività matematiche connesse alla verifica di congetture matematiche e ipotesi scientifiche, per esempio nella matematica applicata, quando un modello matematico è messo in discussione: trasformando una formula algebrica, a volte è possibile trarre conclusioni, che sono in contraddizione con alcune proprietà note della situazione modellizzata. Nella ricerca di contro-esempi di una congettura matematica, gli esempi possono essere trasformati in modo tale da mantenere la coerenza con i vincoli inerenti alla ipotesi e, al tempo stesso, per contraddire alcuni aspetti della tesi

E importante per noi sottolineare che questa forma di argomentazione è un prodotto culturale e non è, in genere, prodotta spontaneamente dagli studenti di questa età (III secondaria di primo grado) né in situazioni di interazione, né in prestazioni individuali riguardanti la modellizzazione matematica di fenomeni, anche se, i ragazzi di questa età sono in grado di rielaborare e trasformare affermazioni in situazioni argomentative che riguardano fatti della vita quotidiana. Le principali difficoltà nell'affrontare la forma di argomentazione di Galileo in attività matematiche e scientifiche, sembrano consistere per gli studenti (durante il tentativo di elaborare e trasformare gli argomenti altrui) nella tenuta della coerenza con un quadro teorico di riferimento dato e nella complessità dell'rielaborazione e delle trasformazioni necessarie per confutare le argomentazioni altrui.

2.2. L'ipotesi di ricerca. L'ipotesi sottesa a questo esperimento didattico, e alla luce delle precedenti analisi, è la seguente: l'uso dei dialoghi di Galileo in una prospettiva di imitazione attiva, come è il caso del VEG, può essere uno strumento affinché gli allievi possano appropriarsi della particolare forma argomentativa utilizzata da Galileo nei suoi dialoghi ed utilizzarla in attività matematiche e scientifiche.

2.3. La classe. L'esperimento ha coinvolto 17 studenti di III secondaria di primo grado, con lo stesso insegnante dalla classe prima. Il contratto didattico costruito nei tre anni includeva: abitudine consolidata alla verbalizzazione scritta, al confronto e alla discussione matematica. La classe era già stata coinvolta in due esperimenti didattici sul VEG. In classe seconda avevano prodotto, come eco, un dialogo al Menone di Platone sul superamento di un errore concettuale relativo al significato di divisione (*Scrivi un dialogo alla maniera di Platone sul seguente errore: dividendo*

un numero intero per un altro numero si trova sempre un numero più piccolo del dividendo) (Garuti, Boero & Chiappini, 1999). In classe terza erano stati coinvolti nel VEG relativo al fenomeno della caduta dei gravi e avevano prodotto eco alla voce di Aristotele e Galileo su questo fenomeno, con consegne relative al contenuto delle voci (*Se tu fossi Aristotele come spiegheresti ...?*) (Boero, Pedemonte & Robotti, 1997).

2.4. Il contenuto: il problema della molla di lunghezza doppia. All'inizio della classe terza gli studenti avevano affrontato una situazione di modellizzazione, tradizionale nel percorso delle classi del gruppo di Genova (Garuti, 1992; Garuti e Boero, 1994), relativa al fenomeno dell'allungamento di una molla. Conoscevano, quindi, la formula $L = L_0 + KP$ come modello per l'allungamento di una molla di lunghezza iniziale L_0 sotto il peso P , dove il coefficiente K rappresenta di quanto si allunga la molla per unità di P . In questa attività si era poi presentato il problema: *Immagina di avere due molle dello stesso materiale e con lo stesso diametro di spire, ma una di lunghezza doppia dell'altra. Se si attacca lo stesso numero di graffette ad entrambe, come sarà l'allungamento delle due molle?* La situazione problematica, sperimentata più volte, in contesti diversi, rappresenta in genere una sfida per gli studenti. L'ipotesi "sbagliata" (*l'allungamento è lo stesso*) si basa spesso su concezioni e principi molto forti, mentre l'ipotesi "corretta" (*l'allungamento è il doppio*) non è facile da sostenere facendo riferimento a esperienze quotidiane. La strategia didattica, consolidatasi negli anni, è sempre stata quella di non passare subito alla fase sperimentale, ma quella di far emergere tutti gli argomenti a favore dell'una e dell'altra ipotesi in modo che l'esperimento venisse a costituire "solo" una verifica finale della verifica argomentativa. In particolare il superamento dell'ipotesi "sbagliata" (in genere scelta dalla maggioranza degli studenti) richiede di mettere in campo argomentazioni come esperimenti mentali e passaggi al caso limite. In questo processo di verifica argomentativa del problema della molla doppia, in genere, emergono argomenti diversi, come ad esempio pensare di tagliare la molla doppia in due e immaginare cosa succede ad ognuna quando si appende un peso e poi sommare questi effetti; pensare a cosa succede ad ogni spira quando si appende un peso e confrontare così le due molle. Il confronto fra le due ipotesi e le argomentazioni sottese avviene in fase di discussione collettiva e si configura come una situazione di dibattito scientifico sul problema della "molla doppia". Alla fine di questo processo gli studenti condividono l'ipotesi "corretta": *in una molla di lunghezza doppia, quando appendi un peso l'allungamento è doppio*.

Questa situazione problematica ci sembrava adatta per essere utilizzata nel Gioco Voci-Echi. Il problema della molla doppia ha alcune affinità con il fenomeno della caduta dei gravi: anche in questo caso l'ipotesi "sbagliata" poggia su principi (*stesso*

¹ http://didmat.dima.unige.it/set_modelli/UL/A/modAmat/pres.html Unità di lavoro: modellizzazione di molle e elastici (G. Maini)

materiale quindi stesso allungamento come corpo più pesante quindi corpo che cade più velocemente) che funzionano in altre situazioni, e può essere messa in discussione attraverso l'elaborazione e la trasformazione di argomenti in una situazione di dibattito scientifico "simile" a quella presente nei dialoghi di Galileo.

2.5. La Voce. Un estratto dei dialoghi di Galileo (*"Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze"*, Giornata prima, a cura di A. Carugo e L. Geymonat, 1958, Bari, Laterza, pp.72-77) viene letto e discusso, non dal punto di vista dei contenuti, che gli studenti già conoscevano, ma dal punto di vista del ruolo dei tre interlocutori nel dialogo (Simplicio, Sagredo e Salviati) e delle strategie argomentative utilizzate da Salviati per confutare l'ipotesi di Simplicio. (In appendice un estratto del dialogo e i commenti al dialogo condivisi con gli studenti).

L'analisi di questa parte del dialogo di Galileo suggerisce alcuni criteri di analisi degli elaborati degli studenti:

- i. esistenza di una struttura dialogica, rappresentata dalla presenza di domande dirette all'interlocutore affinché espliciti la sua ipotesi, o dialoghi durante i passaggi cruciali;
- ii. trasformazione ed elaborazione degli argomenti dell'ipotesi avversa attraverso esempi e analogie,
- iii. poca importanza a riferimenti di esperimenti concreti,
- iv. attenzione alla forza logica dell'argomentazione,
- v. capacità di mettere in evidenza la contraddizione.

Questi elementi vengono analizzati e discussi con gli studenti.

2.6. L'eco. *Immagina di essere Galileo che scrive un dialogo sul problema della molla doppia. I protagonisti sono: Salviati, che saresti tu, che cerca di convincere Simplicio (e il lettore) che la molla doppia si allunga del doppio spiegandogli perché; Simplicio, che sostiene che la molla doppia si allunga della stessa lunghezza dell'altra, Sagredo, il moderatore.*

2.7. I risultati. 8 studenti su 17 producono un dialogo dove mostrano di possedere tutti gli argomenti a favore dell'ipotesi "allungamento doppio", ma non sono soddisfatti tutti i criteri sopra descritti. In particolare in questi elaborati non c'è una reale interazione fra i protagonisti, è come se le due ipotesi e gli argomenti su cui poggiano viaggiassero su binari paralleli. Questi studenti producono un'eco alla discussione avvenuta in classe, ma non al dialogo di Galileo, infatti non sono presenti le tipiche forme argomentative del dialogo galileiano (vedi in Appendice un estratto del dialogo di Sara come esempio di questo tipo).

9 studenti su 17 producono dialoghi che presentano tutte le caratteristiche della struttura argomentativa di Galileo, secondo i criteri sopra descritti (vedi in appendice un estratto del dialogo di Francesco, come esempio di questo tipo).

3. DISCUSSIONE

E' difficile, sulla base di questi dati, dire se gli studenti hanno interiorizzato la forma argomentativa di Galileo tanto da poterla utilizzare in situazioni diverse e lontane

dal' esempio della "caduta dei gravi". Si può solo dire che metà degli studenti sono stati capaci di produrre un dialogo con la struttura argomentativa di Galileo in una situazione simile.

Tuttavia questo esperimento didattico mostra alcune potenzialità del VEG, anche alla luce delle ricerche del gruppo di Genova sulla razionalità matematica e scientifica in generale:

- I. se pensiamo al dialogo di Galileo, che in realtà è un dialogo virtuale, come a un dialogo interiore che, come adulti, mettiamo in atto quando si tratta di controbattere ad un interlocutore, allora le caratteristiche delle voci dialogiche possono rappresentare un' opportunità per gli studenti per l' interiorizzazione di forme argomentative del discorso scientifico;
- II. suggerisce per i futuri esperimenti didattici un' attenzione particolare al dibattito scientifico che avviene in classe. In un caso, quello di Concetta, la richiesta di *eco* fa emergere la sua concezione di cosa è un dibattito scientifico: *i fatti sono più importanti delle parole!* (in appendice l' elaborato di Concetta);
- III. suggerisce che l' analisi, condivisa con gli studenti, ad un livello-meta della voce prima della richiesta di *eco*, potrebbe rappresentare un condizione cruciale per lo sviluppo di processi di interiorizzazione; in effetti gli studenti che non producono forme argomentative simili a quelle di Galileo sono gli stessi che non sono in grado di produrre un dialogo "vero", nel senso che i personaggi non interagiscono fra loro. E' come se l' aspetto dialogico del testo fosse strettamente collegata alla forma argomentativa;
- IV. dal punto di vista metodologico la scelta di ricavare i criteri per analizzare gli elaborati degli studenti dall' analisi, condivisa con gli studenti stessi, degli elementi argomentativi della voce rappresenta una scelta metodologica originale;

4. ANALISI SECONDO IL QUADRO DELLA RAZIONALITÀ

La forma tipica dell' argomentazione di Galileo è del tipo: si assume temporaneamente l' ipotesi avversa, si giunge ad una contraddizione e quindi si dimostra che l' ipotesi originale deve essere errata. Per far questo è necessario interagire "strettamente" con l' ipotesi dell' interlocutore per trasformarla e rielaborarla all' interno della teoria avversa (*Ma se questo è, ed è insieme vero che [...] adunque [...] che è contro la vostra supposizione-* Galileo, 1638). Questo aspetto è una forma tipica dell' argomentazione matematica, e uno dei caratteri specifici della razionalità scientifica e della matematica in particolare. La forma dialogica (sia esso un dialogo reale, virtuale o interiore) ne è la sua componente linguistica. Può essere questa la causa della coincidenza evidenziata nell' esperimento didattico fra questi due elementi: la presenza della particolare forma argomentativa si accompagna sempre, negli elaborati degli studenti, alla forma dialogica.

Come si può leggere questo esperimento didattico alla luce del quadro della razionalità di Boero & coll.? Lo scopo dell' esperimento era la possibilità di

mediare attraverso il VEG una forma argomentativa particolare. Quale o quali aspetti della razionalità secondo il modello di Habermas sono in gioco?

Se analizziamo il dialogo di Galileo secondo le componenti della razionalità di Habermas vediamo che esse sono strettamente intrecciate:

- l'aspetto epistemico è rappresentato dal contenuto delle argomentazioni: Possiamo chiaramente provare, non esser vero che un mobile più grave si muova più velocemente d'un altro men grave, intendendo di mobili dell'istessa materia, ed in somma di quelli de i quali parla Aristotele.[...[] Quando dunque noi avessimo due mobili, le naturali velocità de i quali fussero ineguali, è manifesto che se noi congiugnissimo il più tardo col più veloce, questo dal più tardo sarebbe in parte ritardato, ed il tardo in parte velocitato dall'altro più veloce.
- L'aspetto teleologico, relativo alle modalità consapevoli con le quali si sviluppa l'argomentazione di Galileo si gioca a un meta-livello² attraverso la produzione di esperimenti mentali e casi limite con lo scopo di giungere ad una contraddizione: Ma se questo è, ed è insieme vero che una pietra grande si muova, per esempio, con otto gradi di velocità, ed una minore con quattro, adunque, congiugnendole amendue insieme, il composto di loro si moverà con velocità minore di otto gradi: ma le due pietre, congiunte insieme, fanno una pietra maggiore che quella prima, che si moveva con otto gradi di velocità: adunque questa maggiore si muove men velocemente che la minore; che è contro alla vostra supposizione.
- L'aspetto comunicativo relativo alla struttura dialogica del discorso: Però ditemi, Sig. Simplicio, se voi ammettete che....[...] Non concorrete voi meco in quest'opinione?

Negli elaborati degli studenti si può osservare che:

- i. Per gli studenti in grado di produrre un'*eco* alla voce di Galileo, secondo i criteri esplicitati nell'esperimento didattico, queste componenti sono strettamente intrecciate, in particolare la componente teleologica e quella comunicativa sono la condizione necessaria per la costruzione di un'*eco* alla forma argomentativa del dialogo galileiano. Questo potrebbe spiegare il fatto che gli studenti che non sono in grado di riprodurre quella particolare forma argomentativa sono gli stessi che non sono in grado di produrre un dialogo "vero" (vedi punto IV nei Risultati).
- ii. Un ulteriore elemento di comprensione dei risultati dell'esperimento didattico riguarda l'aspetto epistemico dell'*eco*. Nella prima analisi dei dialoghi prodotti dagli studenti, non avevamo tenuto in conto questo aspetto in quanto la nostra attenzione era tutta agli aspetti inerenti la possibile interiorizzazione della forma argomentativa di Galileo. Il contenuto, cioè gli elementi di conoscenza (ipotesi e esperimenti mentali, casi limite specifici) del problema della molla doppia ci apparivano "secondari". Alcune osservazioni di T. Dreyfus (*che cosa vi dice questo esperimento didattico circa la reale comprensione del problema della molla doppia?*) e l'attuale rilettura alla luce del quadro della razionalità ci hanno fatto riconsiderare la questione. Probabilmente anche la componente

² Interessante a questo proposito l'articolo per CERME 7 di Arzarello, Sabena, 2011)

epistemica nei dialoghi degli studenti è significativa. Il dialogo di Concetta a questo proposito è emblematico: allora fu letto in termini di non adesione alla struttura del dialogo di Galileo e alla persistenza di concezioni e principi che né il dibattito scientifico in classe in occasione del problema della molla doppia, né il dialogo di Galileo avevano scalfito. Una lettura diversa, o perlomeno complementare, può anche essere quella che in questo elaborato, come anche negli altri dello stesso gruppo (in totale 8 su 17), sia dovuta a una mancanza (o a una adesione superficiale) di razionalità epistemica, secondo la quale noi conosciamo qualcosa solo quando sappiamo perché le affermazioni su quella cosa sono vere o false.

4.1 Un problema aperto: l'anticipazione della *voce* da parte degli studenti

Nei primi esperimenti didattici sul VEG relativi al fenomeno della caduta dei gravi era capitato, laddove il *gioco voci-eco* era stato curato con particolare attenzione nella lettura della *voce*, che la discussione in classe relativa alla “*velocità di caduta di un corpo in relazione all'altezza da cui cade*” anticipasse la *voce* storica, non solo dal punto di vista dei contenuti, ma anche dal punto di vista della forma argomentativa (alternanza di esempi e leggi generali) e delle espressioni linguistiche utilizzate (Garuti, 1997). In qualche modo si era osservato un ribaltamento del VEG: la *voce* è rappresentata dalla discussione di classe e l'*eco* dal dialogo di Galileo. L'analisi della discussione era avvenuta secondo i seguenti criteri:

- i. le espressioni linguistiche utilizzate;
- ii. la logica delle argomentazioni: alternanza di esempi e generalizzazioni, uso di esperimenti mentali;
- iii. i contenuti delle argomentazioni ("argomenti" utilizzati: le particolari concezioni, i particolari esempi, ecc.).

(In appendice il confronto fra la discussione in classe e il dialogo di Galileo).

Allora il fenomeno fu interpretato in questo modo:

“Cosa ha reso possibile tutto ciò? Una interpretazione esaustiva e precisa di questo episodio, avvenuto in una particolare situazione di insegnamento-apprendimento in classe, sembra richiedere un adattamento e una specificazione delle ipotesi generali formulate da Piaget & Garcia (19...) a proposito delle relazioni tra ontogenesi e filogenesi delle idee scientifiche. Elementi che ci sembra possano aver determinato le analogie trovate sono:

- alcuni interventi dell'insegnante (vedi [6], [30], [34], [40]): essi danno valore a particolari interventi degli alunni, in taluni casi chiarendone il contenuto, e comunque orientando l'evoluzione della discussione nel senso del dialogo galileiano.
- elementi culturali provenienti da episodi del gioco voci/eco realizzati in precedenza nella classe. Leggendo i passi precedenti tratti dai "Dialoghi" gli alunni possono essersi impadroniti di elementi utili per compiere, essi stessi, alcuni passi ulteriori previsti da Galileo.
- altri elementi culturali provenienti dalla cultura di appartenenza (scolastica o extrascolastica): concetti come quelli di "velocità in un certo istante" e di "variazione della velocità momento per momento" sembrano facilmente accessibile agli alunni di oggi (vedi in particolare Daniele C. [48],

[87], [91]), probabilmente per effetto dell'esperienza dei tachimetri delle auto e delle moto, mentre costituirono un grosso problema per Galileo. E infine alcuni aspetti del modo di ragionare di Galileo, che è il modo di ragionare della scienza moderna (rapporto tra ipotesi e dati quantitativi ricavati da esperimenti, uso della matematica nelle scienze della natura...) possono avere influenzato il pensiero degli alunni attraverso l'esperienza scolastica precedente e anche attraverso esperienze culturali e informazioni raccolte al di fuori della scuola;

- elementi intrinseci alla struttura del dialogo (e quindi comuni a un dialogo immaginato e ad una discussione reale), come la ricerca delle possibili contraddizioni logiche o fattuali per una idea che non si condivide e l'alternanza di affermazioni generali e di esempi: essi possono essere derivati da tre anni di pratica della discussione matematica, oltre che dal normale sviluppo delle capacità di argomentazione nel contesto extrascolastico attuale.” (Garuti, 1997).

Alla luce del quadro della razionalità gli elementi relativi all'esposizione precedente ai dialoghi galileiani e alla natura intrinseca del dibattito scientifico, insieme al ruolo dell'insegnante, acquista maggior forza. Anche in questo estratto dei dialoghi galileiani le tre componenti (epistemica, teleologica e comunicativa), sono fortemente intrecciate, l'insegnante conosce il dialogo (è tra i suoi obiettivi utilizzarlo come *voce*) e quindi l'orchestrazione della discussione viene orientata in questa direzione. Se letto in questo modo il modello di Habermas si conferma uno strumento importante per la pianificazione di pratiche didattiche adatte a sviluppare negli studenti la consapevolezza della natura delle attività scientifiche e matematiche in particolare.

Appendice:

1. Un estratto del dialogo di Galileo discusso con gli studenti

Analizzando il brano tratto da "*Discorso intorno a due nuove scienze*", Galileo Galilei 1638 possiamo osservare:

- presenza di elementi dialogici nel testo: tecnica della domanda diretta all'interlocutore per sapere quale tesi condivide;
- rielaborazione dell'ipotesi da confutare attraverso esempi o analogie
- messa in evidenza delle "contraddizioni: " *se quello che voi dite è vero...allora* "
- ruolo assegnato all'evidenza sperimentale

<i>Dialogo intorno a due nuove scienze</i>	Analisi
<p>1-SAG - <i>Il Sig. Simplicio mi farà grazia di arrear puntualmente la prova del Filosofo, e voi Sig, Salviati, la risposta.</i></p> <p>2-SIM - <i>Aristotele. [...] fa due supposizioni: l'una è di mobili diversi in gravità mossi nel medesimo mezzo l'altra è dell'istesso mobile mosso in diversi mezzi. Quanto al primo suppone che mobili diversi in gravità si muovano nell'istesso mezzo con diseguali velocità, le quali mantengano fra loro la medesima proporzione che la gravità; si chè per esempio, un mobile dieci volte più grave di un altro si muova dieci volte più velocemente.</i></p>	<p>Alternanza tra la formulazione generale e l'esempio</p>
<p>3- SAL - <i>[...] mi par che si possa andar contro agli assunti di quello negandoli ambedue. E quanto al primo, io grandemente dubito che Aristotele non sperimentasse mai quanto sia vero che <u>due pietre , una più grave dell'altra dieci volte, lasciate nel medesimo istante cader da un'altezza di cento braccia, fusser talmente differenti nelle lor velocità, che all'arrivo della maggiore in terra, l'altra si trovasse non avere né anco sceso dieci braccia.</u></i></p>	<p>L'ipotesi di Simplicio viene rielaborata, facendone emergere gli effetti.</p>
<p>4- SIMP - <i>Si vede dalle sue parole ch'ei mostra <u>d'averlo sperimentato, perché ei dice Veggiamo il più grave; or quel vedersi accenna averne fatta l'esperienza</u></i></p> <p>5-SAG - <i>Ma, io, Sig. Simplicio che n'ho fatto la prova, vi assicuro che...</i></p>	<p>Dal punto di vista del discorso il ruolo dell'esperimento non è molto significativo, infatti non verrà più chiamato in causa</p>
<p>6 SAL. <i>Ma, senz'altre esperienze, con breve e concludente dimostrazione possiamo chiaramente provare, non esser vero che un mobile più grave si muova più velocemente d'un altro men grave... <u>Però ditemi, sig. Simplicio se voi ammettete che di ciascheduno corpo grave cadente sia una da natura determinata velocità...[.].</u></i></p>	<p>Domanda diretta che ha lo scopo di rielaborare ulteriormente la sua ipotesi.</p>
<p>7 SIMPL- <i>-Non si può dubitare che....[...]</i></p> <p>8 SAL. - <i>Quando dunque noi avessimo due mobili, le naturali velocità dei quali fussero ineguali, è manifesto che se noi congiungessimo il più tardo col più veloce, questo dal più tardo sarebbe in parte ritardato e il tardo in parte velocitato dall'altro più veloce. <u>Non concorrete voi meco in quest'opinione?</u></i></p>	<p>Attraverso un esperimento mentale si trae una conseguenza dall'ipotesi di Simplicio e di nuovo si pone una domanda diretta.</p>
<p>9- SIMP - <i>Parmi che così debba indubitabilmente seguire.</i></p>	

<p>10 SAL - <i>Ma se questo è ed è insieme vero che [...].adunque questa maggiore si muove men velocemente che la minore; che è contro la vostra supposizione. Vedete dunque come dal supporre che 'l mobile più grave si muova più velocemente del men grave, io vi concludo, il più grave muoversi men velocemente.</i></p>	<p>Messa in evidenza della contraddizione</p>
<p>17 SIMP.- <i>Il vostro discorso procede benissimo veramente: tuttavia mi par duro credere che una lacrima di piombo si abbia a muover così veloce come una palla d'artiglieria</i> 18 SALV. - <i>Voi dovevi dire, un grano di rena come una macina da guado. Io non vorrei, Sig. Simplicio, che voi faceste come molt'altri fanno, che, divertendo il discorso dal principale intento, vi attaccaste a un mio detto che mancasse dal vero quant'è un capello, e che sotto questo capello voleste nascondere un difetto da un altro, grande quanto una gomona da nave. [...] ma se voi volete mantenere la proposizione universale, bisogna che voi mostriate la proporzione delle velocità osservarsi in tutti i casi è [...]</i></p>	<p>Caso limite Discorso di metodo</p>

2. Esempio di Sara: assenza degli aspetti caratteristici del dialogo di Galileo

Dialogo di Sara	Analisi
<p>1-SAG. <i>In questa discussione Simplicio dovrà dire e sostenere la sua ipotesi e Salviati dovrà rispondere</i> 2-SIMP. <i>Ho due molle, dello stesso materiale e dello stesso diametro delle spire, ma di lunghezza iniziale diversa: una il doppio dell'altra. Io sono sicuro che si allungano uguali perché hanno lo stesso materiale e lo stesso diametro e la lunghezza iniziale non è influente. Per esempio se io ho una molla lunga 10 cm e una lunga 20 cm e mettiamo 10 graffette, considerando che per ogni graffetta si allunghino di 2 cm, con 10 si allungheranno di 20 cm, cioè uguale. Considerando la formula generale $L=H+K*N$, K sarà uguale in tutte e due le formule cioè 2.</i></p>	<p>Simplicio espone la sua ipotesi, la motiva e ne dà anche un esempio. L'esempio ha lo scopo di rendere "presente" l'ipotesi. Anche l'esposizione della formula generale è un rafforzativo di questo stratagemma retorico.</p>
<p>3- SALV. <i>Io sono contro la tua supposizione cioè io dico che la lunghezza iniziale è influente e K varia cioè se con una graffetta la molla doppia si allunga di 2 cm , l'altra si allunga di 1 cm.</i></p>	<p>Le parti sottolineate indicano un rafforzativo della posizione di Salviati</p>
<p>4- SAG <i>g Mi dispiace dirtelo, ma io ho fatto l'esperimento e ho visto che la molla doppia si allunga del doppio rispetto all'altra.</i> 5-SALV. <i>Noi possiamo provare che una molla di lunghezza doppia si allunga del doppio rispetto all'altra. Lo dice anche Sagredo!</i> 6- SIMP. <i>Questo non lo so però so che l'allungamento di una molla possiamo cambiarlo tirandola o comprimendola.</i> 7 SALV. <i>Non cambiare discorso, qui stiamo parlando delle graffette e l'allungamento è uguale!</i></p>	<p>Argomento presente anche in Galileo Si ribadisce il peso dell'esperienza</p>
<p>8 SIMP. <i>Sono un po' confuso, però aspetta, no, <u>no secondo me</u> si allungano uguali perché il peso viene diviso per il</i></p>	<p>Si introduce un nuovo argomento.</p>

<p>numero delle spire. Per esempio mettiamo che il peso sia 20 grammi, le spire della molla più corta sono 10 quindi $20:10=2$, mentre per la molla doppia $20:20=1$. Ogni spira della molla più corta sostiene 2 grammi.....quindi l'allungamento è uguale [e fa il disegno delle molle in parallelo]</p> <p>9 SALV. E' qui che commetti un errore perché se noi prendiamo una molla lunga e la dividiamo in due parti uguali, ottengo due molle identiche che si allungano allo stesso modo e se le riunisco si allungano il doppio di prima cioè ogni spira si allunga dello stesso tot e il peso non si divide [disegno]</p>	<p>Di nuovo non c'è interazione fra i due interlocutori.</p>
<p>10 SAGR. Caro Simplicio, Salviati ha ragione perché se noi appendiamo tre uomini e sotto mettiamo un peso da 10 kg ognuno sente quel peso...</p>	<p>Un intervento "esterno" risolve la disputa tra i due interlocutori, come se nessuno dei due fosse stato capace di convincere l'altro.</p>
<p>11 SALV Simplicio, tu non distingui il peso che viene sottoposto ad una cosa appesa dal peso sottoposto ad una cosa non apessa.....</p> <p>12- SIMP Ah ho capito!</p> <p>13. In conclusione la molla doppia si allunga del doppio perché ogni spira si allunga dello stesso tot, quindi se ho un numero doppio di spire....</p>	<p>Come conclusione si riporta l'enunciato scritto sul quaderno di classe</p>

Analisi dell'elaborato di Sara

1. gli argomenti sono pertinenti e ben chiari.
2. sembrano due monologhi: i due oratori spiegano molto bene le loro tesi, ma non interagiscono fra loro, non c'è presa di contatto fra le due ipotesi.
3. -mancano le locuzioni tipiche del dialogo "secondo te..., voi dite che...." Sono presenti quello del monologo "io penso che..., io non credo.
4. La struttura del discorso manca di forza argomentativa, ed è tanto vero che deve intervenire Sagredo, prima con l'esperimento e poi con l'analogia dei tre uomini appesi, per risolvere la situazione. In effetti se non ci fosse questo le due ipotesi si equivarrebbero. L'intervento di un esterno è significativo.
5. Non c'è dialogo

I punti 3 e 4 sono presenti in tutti questi 8 protocolli.

3. Esempio di Francesco: presenza della forma argomentativa di Galileo

Dialogo di Francesco	Analisi
<p>1-SAG A voi Salviati e a voi Simplicio la parola esponetemi le vostre affermazioni</p>	
<p>2. SIMP. Io ho fatto un'ipotesi e come ho visto, due molle dello stesso materiale e stesse spire ma di lunghezza iniziale diversa si allungano ugualmente, quindi se prendo una molla 10 volte più grande dell'altra, ma di materiale e spire uguali, essa si allunga ugualmente all'altra, mentre se il materiale è diverso le due molle si allungano in modi diversi.</p>	<p>Enunciato generale ed esempio. La struttura è fedelissima al dialogo galileiano</p>
<p>3 SALV. Da come avete detto sembra che voi abbiate fatto l'esperimento, ma io ne dubito molto</p>	

<p>4 SAG. <i>Io ho fatto l'esperimento e vi posso assicurare che una molla lunga il doppio dell'altra si allunga del doppio</i></p>	
<p>5 SALV.. <i>Come Sagredo che ha fatto l'esperimento io posso provare che una molla doppia si allunga del doppio. Secondo voi tutte le molle dello stesso materiale e dello stesso diametro di spira si allungano uguale?</i></p> <p>6 SIMP. <i>Certamente, ogni materiale coordinato al diametro delle spire ha un proprio allungamento che si trova per tutte le molle che son fatte del materiale e delle spire prese in esame!</i></p> <p>7 SALV. <i>Quindi secondo voi è logico che due molle della stessa lunghezza, stesso materiale, e stesse spire unite insieme tra loro diano un allungamento uguale ad una sola molla ?</i></p> <p>8 SIMP. <i>mi sembra logico</i></p>	<p>Presenza di elementi dialogici Rielaborazione ipotesi Introduzione di un nuovo argomento: molle unite assieme</p>
<p>9 SALV. <i>Se questo è vero, se noi abbiamo due molle di lunghezza iniziale uguale con ognuna attaccato un peso esse si allungano di un tot, unendo le due molle e quindi sommando i due allungamenti avremo un allungamento doppio, il ch� è contro la tua ipotesi.</i></p> <p>10 SIMP. <i>Sono confuso, mi sembra che unendo le due molle esse si riuniscano in una quindi ritrovo l'allungamento uguale</i></p> <p>11.SALV. <i>Qua state errando, perch� non � vero che unendo le due molle l'allungamento di una scompare</i></p> <p>12 SIMP. <i>Oh questa poi...</i></p>	<p>Emerge la contraddizione</p> <p>con conseguente ironia</p>
<p>13 SALV <i>Voi vi state confondendo, bisogna distinguere le molle in serie e le molle in parallelo. Se ad esempio a delle molle in parallelo sottopongo un peso di 10 Kg il peso si distribuisce e ogni molla sente parte del peso, invece se ho molle in serie ogni spira sente i 10 kg a cui la molla � sottoposta. Concludo quindi, che poich�, la molla � fatta da spire in serie, se la lunghezza iniziale � doppia allora l'allungamento � doppio.</i></p> <p>14 SIMP. <i>Il vostro discorso fila, ma mi sembra strano che due molle uguali nelle spire e nel materiale anche se di lunghezza diversa si allunghi di pi�.</i></p> <p>15 SALV. <i>Provate a pensare a una molla lunga 20 cm e una di 100 metri se si allungano ugualmente. Voi dovete tener conto che la vostra affermazione deve essere universale</i></p> <p>16 SIMP. <i>Forse se la differenza fosse minima...</i></p> <p>17 SALV. <i>Direste solo delle bugie, noi stiamo usando il principio delle molle in serie e molle in parallelo</i></p>	<p>Conclusione</p> <p>Caso al limite</p>

Analisi dell'elaborato di Francesco

1. C'  dialogo fra i due interlocutori
2. Sono presenti le locuzioni sottolineate, quindi c'  presa di contatto
3. C'  l'elaborazione dell'ipotesi, richiesta attraverso domande dirette rivolte a Simplicio.
4. L'argomento delle due molle unite   giocato sulle due ipotesi ed   l'argomento che porta la "contraddizione"

5. Si arriva alla contraddizione con una vena di umorismo attraverso l'esempio delle molle da unire
6. Fa l'esempio al limite
7. L'esperimento non gioca nessun ruolo significativo, è la forza dell'argomentazione quella che conta.

4 Elaborato di Concetta: I fatti sono più importanti delle parole!

Sag. Oggi siamo a Carpi ed è il 7 giugno 1999, oggi si parla su un problema dell'allungamento delle due molle e tra dialoghi ed esperimenti si dovrebbe capire come è l'allungamento.

Simp. Io dubito molto perché dato che abbiamo le due molle che sono diverse in tanti particolari, la molla 1 è più piccola della molla due, ma se noi misuriamo o li guardiamo bene si allungano uguali

Salv. Ma cosa stai dicendo? Stai sbagliando tutto le due molle non si allungano uguali

Simp. Perché dici questo?

Salv. Perché è così

Simp. Ma io non ti capisco

Sag. Avete visto? Parlano, parlano, ma non spiegano come è l'allungamento, ma aspetta perché ne vedremo delle belle.

Salv. Ma come fa ad essere un allungamento uguale?

Simp. Ma sì, perché il materiale è lo stesso, ma non può allungarsi di meno perché si allunga uguale

Sag. Ma io signor Semplicio, che ne ho fatto la prova, vi assicuro, perché il numero delle spire è maggiore nella seconda quindi non può allungarsi di meno ma si allunga di più

Salv. Allora Sagredo sostieni la mia ipotesi

Sag. Da una parte sì e da un'altra no

Simpl. Voi parlate, parlate, ma che cosa state dicendo, si può sapere?

Salv. Ma non hai capito, noi diciamo un'altra ipotesi diversa dalla vostra

Simpl. Ma per me l'allungamento è uguale perché se il peso viene diviso per il numero delle spire se 10 spire si allungano di un tot invece se ho 20 spire si allungano della metà quindi il risultato è l'allungamento uguale

Salv. Potrebbe essere giusto quello che dici tu ma però se noi tagliamo la molla in due parti ho due molle uguali alla prima e ognuna si allunga di un tot se le uniamo si allungano del doppio

Simp. Sai Salviati mi stai quasi convincendo

Sag. Avete visto, Salviati sta convincendo Semplicio ciò vuol dire che Semplicio sta sbagliando tutto

Simp. Il vostro discorso procede benissimo veramente tuttavia mi par duro credere che la molla si allunga del doppio

Salv. Ma ancora come posso fare per fartelo capire? Allora ora ricomincio e te lo rispiego

Sag. Ma no signor Salviati non bisogna rispiegarlo

Salv. Ma sì perché lui dice ancora che l'allungamento è uguale

Sag. Ma se lei lo fa ragionare da solo forse capisce

Salv. va bene ci proverò

Simp. Ma allora come tu dici l'allungamento è doppio, ma fammelo vedere se è vero

Salv. Io ho fatto la molla 1 che misurava 15.6 cm e la molla due che misurava 30,1 cm facendo l'esperimento mettevo le graffette una alla volta fino a 20 graffette poi a due alla volta fino a 30 e ho visto che la molla 1 si è allungata di un tot e l'altra del doppio

Simp. Allora volete dire che mettendo lo stesso tot di graffette la molla 2 si allunga di più? Cosa significa?

Salv. Che la molla 2 è più tenera cioè si allunga di più poi all'inizio fino a due graffette si allungava di poco dopo quando le spire si sono distese andava aumentando

Simp. Dopo queste cose che hai detto mi sono quasi convinto, ma però l'allungamento non può

essere minore?

Salv oh no, così sbagli tutto, è impossibile, perché così vuol dire che le molle sono dure, invece no. Mio dio, non ce la faccio più vado un attimo a bere. A dopo

Simp. Allora la molla 1 è più piccola e la 2 è più grande del doppio, quindi la due si allunga del doppio. Ma allora ci sono, ce la sto per fare!

Salv. Si è proprio così perché l'affermazione giusta è la mia perciò vi dico le conclusioni

Simp. Non vedevo l'ora

Sal. Allora la molla doppia si allunga del doppio perché ogni spira si allunga dello stesso tot quindi se il numero delle spire è doppio si allunga del doppio [l'enunciato era scritto sul quaderno]

Simp. Ahho capito Scusami tanto per il mio grosso errore e scusami per tutto questo ritardo perché lo dovevo capire molto prima, ma io pensavo alla mia ipotesi, ma ormai mi sono convinto

Sag. Dopo tanti sforzi e fatiche ce l'abbiamo fatta.

Analisi dell'elaborato di Concetta

1. Il dialogo è fasullo.
2. Gli argomenti sono pertinenti, ma non del tutto legati all'interpretazione del fenomeno
3. Non c'è presa di contatto fra le due ipotesi
4. Da un certo punto in poi il testo va per suo conto, lei ripercorre la sua storia e l'esperimento, che è quello fatto in classe, assume un ruolo determinante, è quello che risolve la discussione
5. Simplicio non è un interlocutore, ma un allievo a cui bisogna far capire
6. Concetta non regge il ritmo del discorso, deve intervenire l'esperimento, o meglio quello che lei ha capito dell'esperimento, la confutazione dell'ipotesi di Simplicio non le riesce attraverso l'argomentazione.

5 Confronto fra una discussione (voce) e un estratto del dialogo di Galileo

Per facilitare il confronto abbiamo suddiviso la discussione in classe in quattro parti, affiancando ciascuna di esse a un conveniente passo del dialogo di Galileo. Le parti sottolineate sono gli elementi congruenti più evidenti.

5.1. Discussione di classe: la velocità di caduta di un corpo aumenta con l'altezza

[3] T: [...] Passiamo ad un'altra questione: l'altezza. Ieri nella discussione è intervenuta l'altezza: cosa ne pensate?

[4] Eleonora: Se noi facciamo cadere un oggetto dal banco e uno uguale da poco più in alto, visto che come diceva Daniele C. la velocità aumenta con l'altezza, dovrebbero arrivare insieme.

[5] Daniele C.: No, ho detto che la velocità aumenta con l'altezza, non che arrivano insieme i due oggetti!

(Nessuno sembra cogliere il senso delle parole di Eleonora)

[6] T: Eleonora non sta dicendo una sciocchezza, vedremo dopo. Vediamo ancora: velocità in rapporto all'altezza. Ieri che esempio facevate?

[7] Daniele C.: Se un oggetto cade da 10 metri fa un buco così (fa un gesto con le mani), se invece cade da 200 metri lo fa molto più grande.

[8] T: Anche Galileo introduce l'altezza: secondo voi che relazione c'è fra velocità ed altezza?

[9] Sebastiano: Più l'oggetto è in alto più acquista velocità.

[10] T: Bene! Anche Galileo pensò che la velocità crescesse al crescere dell'altezza. Fatemi esempi su questo.

[11] Enzo: Se uno si butta da un trampolino di due metri gli schizzi sono tot, se uno si butta a bomba da 20, l'acqua esce dalla piscina.

[12] Daniela M.: Se ti butti dal primo piano non ti fai niente, se ti butti dal terzo ti ammazzi.

[13] Vincenzo: Se voglio aumentare la velocità ho bisogno di spazio, vado nella pista da 80 metri!

(seguono altri esempi)

Dialoghi intorno a due nuove scienze (Giornata terza)

Sagr. Per quanto per ora mi si rappresenta all'intelletto, mi pare che con chiarezza forse maggiore si fusse potuto definire, senza variare il concetto: Moto uniformemente accelerato esser quello, nel qual la velocità andasse crescendo secondo che cresce lo spazio che si va passando; sì che, per esempio, il grado di velocità acquistato dal mobile nella scesa di quattro braccia fusse doppio di quello ch'egli ebbe sceso che e' fu lo spazio di due, e questo doppio del conseguito nello spazio del primo braccio. Perché non mi par che sia da dubitare, che quel grave che viene dall'altezza di sei braccia, non abbia e perquota con impeto doppio di quello che ebbe, sceso che fu tre braccia, e triplo di quello che ebbe alle due, e sescuplo dell'auto nello spazio di uno.

Daniele C. nei suoi interventi esprime prima la legge [5] e poi un esempio [7], esattamente come fa Sagredo. La voce di Eleonora [4], non viene colta: anche se corretta è troppo lontana dal sentire dei ragazzi, subisce quindi un fenomeno di *assorbimento*, si spegne. L'insegnante decide di non rilanciarla, perchè troppo precoce. Gli interventi successivi fanno eco alla voce di Daniele C..

5.2. Discussione di classe: la velocità è proporzionale all'altezza

[[20] T: Bene, questa però è una descrizione, da un punto di vista matematico che tipo di regolarità potreste tirar fuori? Attenzione perchè ora è difficile: questa non è ancora una legge matematica.

[21] Enzo: Quando uno cade dall'alto, per ogni metro aumenta un tot la velocità.

[22] T: Spiegati meglio.

[23] Enzo: Se la velocità che uno acquista per metro è 6 Km/h , se cade da due metri la velocità sarà 12, se cade da tre metri la velocità sarà 18.

[24] T: Questo come si chiama in matematica?

[25] Enzo: Proporzionalità

[26] T: Proporzionalità.

Dialoghi intorno a due nuove scienze (Giornata terza)

Salv. Io mi consolo assai d'aver auto un tanto compagno nell'errore; [...]. Ma quello di che io poi sommamente mi maravigliai, fu il vedere scoprir con quattro semplicissime parole, non pur false, ma impossibili, due proposizioni che hanno del verisimile tanto, che avendole io proposte a molti, non ho trovato chi liberamente non me l'ammettesse.

Simp. Veramente io sarei del numero de i conceditori: e che il grave descendente vires acquirat eundo, crescendo la velocità a ragion dello spazio, e che 'l momento dell'istesso percuziente sia doppio venendo da doppia altezza, mi paiono proposizioni da concedersi senza repugnanza o controversia.

Nel gioco voci-eco, Enzo rappresenta la voce collettiva della classe, egli si fa portavoce della "teoria" implicita negli interventi precedenti. Infatti d'ora in avanti i ragazzi faranno sempre riferimento esplicito alla "legge di Enzo". Di nuovo osserviamo una congruenza nelle parole e nella struttura logica di Enzo e Simplicio: viene prima espressa la legge [21], seguita da una matematizzazione [23]. Nel confronto fra i due brani si può notare come nella discussione manca, per ora, il ruolo ricoperto da Salviati (colui che anticipa che la conclusione è falsa e impossibile).

5.3. Discussione di classe. dissonanze

[27] Fabio P.: Se in un metro percorre 6Km/h, a 2 metri, quando deve percorrere il secondo metro è più veloce, quindi ci mette meno tempo.. Non ci può essere quella regolarità.

[28] Andrea: Pian piano accelera.

[29] Vincenzo: Ma allora Enzo dice che più altezza c'è , non aumenta la velocità.

[30] T: Attenzione, Enzo dice che la velocità di caduta è proporzionale all'altezza. Vincenzo dice che questo vuol dire... Che cosa? Non ho capito bene.

[31] Vincenzo: Eh, che più altezza c'è, non influisce sulla velocità. Io sono d'accordo con Fabio che dice che va più veloce. Enzo invece dice che va sempre alla stessa velocità.

[32] T: Attento, Enzo non dice che la velocità è costante, ma che è proporzionale all'altezza.

[33] Stefania: Ho un'obiezione a Enzo, se tu butti un sasso ad esempio da 1000 metri la caduta, se

fosse vero quello che tu dici, dovrebbe essere istantanea, e questo è impossibile.

(Brusio)

Dialoghi intorno a due nuove scienze(Giornata terza)

Salv. E pur son tanto false e impossibili, quanto che il moto si faccia in un instante: ed eccovene chiarissima dimostrazione

Nella discussione la voce di Enzo determina diversi *eco dissonanti* : Fabio P. introduce la variabile tempo [27], mentre Stefania [33] compie un esperimento mentale usando quasi le stesse parole di Galileo.

5.4 Discussione di classe: la velocità non può essere proporzionale all'altezza

[34] T: Brava, bella obiezione. Come rispondete?

(Silenzio perplessito)

[35] T: Ripeti la tua obiezione

[36] Stefania: Se fosse vero quello che dice Enzo, se tu butti un sasso da 1000 metri la caduta è istantanea.

[37] Elisa: Non è che è istantanea, è solo che va molto più veloce. Enzo dice, in pratica, che la velocità aumenta sempre dello stesso tot.

[38] T: Non è esatto quello che dici, sii più precisa.

[39] Elisa: Se cade da un metro ha una certa velocità, se cade da due metri la velocità è il doppio, se cade da 10 metri è dieci volte più veloce.

[40] T: Stefania ti fa un'obiezione, ma allora se cade da 1000 metri è 1000 volte più veloce e cade istantaneamente

[41] Elisa: Eh, no anche se cade 1000 volte più veloce...

[...]

[44] Cristina: Io non ho capito cosa vuol dire istantanea

[45] Stefania: Che se tu la lasci è già caduta per terra

[46] Cristina: Ma Enzo dice che se cade da due metri allora cade con velocità doppia rispetto a un metro non capisco perchè dici istantanea...

(Voci sovrapposte)

[47] Cristina: insomma cade proporzionalmente alla sua altezza

[48] Daniele C: Ma la velocità 1000 non è quella finale? Allora vuol dire che l'ha acquistata che subito era 1, poi due e così via...

[...]

[60] T: Riprendiamo le obiezioni: Stefania dice che se fosse vero quello che dice Enzo se io lo butto da 1000 metri cadrebbe istantaneamente. Obiezione di Fabio: la relazione non è quella della proporzionalità, ma se il primo metro fa una velocità il secondo ne fa una maggiore.

[61] Fabio S.: quello che dice Enzo è scorretto, se butti giù una cosa da 1000 arriva mille volte più veloce???

(Perplessità)

[62] Daniele C.: Arriva più veloce...

[63] Fabio S. Se ha detto proporzionale, vuol dire che va 1000 volte più veloce, quindi arriva 1000 volte prima

(Voci di dissenso)

[64] Daniela M.: Se metti una cosa a un metro e una cosa a due metri, se a due metri raddoppia la velocità, allora arrivano insieme.

[65] Fabio S. E' quello che volevo dire io.

[66] T: Non mi pare, tu dicevi che arrivava mille volte prima

[67] Fabio S.: Va, beh volevo dire questo.

[...]

[71] Daniele C.: Appena lo lasci è già per terra.

[...]

[78] Daniela M: Volevo chiedere una cosa ad Enzo...

[79] T: Enzo è diventato l'elemento di riferimento, però ricordate che all'inizio eravate quasi tutti d'accordo con lui

[80] Daniela M.: Nel percorso più lungo, nel primo pezzetto l'oggetto va più veloce rispetto all'altro percorso?

[81] Enzo: Se il primo ha il doppio di percorso da fare rispetto al secondo, quando questo ha fatto metà percorso anche l'altro ne ha fatto metà, quindi arrivano insieme a terra.

[82] Daniela M.: Ma quello più corto non ci può mettere lo stesso tempo a fare uno spazio metà. Posso andare alla lavagna?

(Daniela M. va alla lavagna e traccia due segmenti verticali uno doppio dell'altro e un segmento orizzontale a metà del percorso più lungo).

Se io, per dire, mentre scende fermo a metà il corpo che cade da più in alto, dove è l'altro corpo?

[83] Daniele C. : Anche l'altro ne ha percorso metà.

[84] T: Secondo la teoria di Enzo quando il primo ha percorso metà spazio anche l'altro ne ha percorso metà. Quindi arrivano contemporaneamente.

[85] Daniele C.: Ma allora se uno lo lanci da un metro e l'altro da 5000 metri arrivano pari??!!

[86] T.:Esatto. Galileo si è accorto di questo errore dopo 24 anni, se fosse stata vera l'idea di proporzionalità succedeva quel che diceva Stefania, Daniela M. ed altri.

[87] Daniele C.: Secondo me il primo metro lo fanno uguale , poi nel secondo metro acquista velocità, pezzo per pezzo.

[88] T: Hai qualche idea di come potrebbe cadere il corpo secondo quello che dici? Abbiamo visto che secondo l'idea di proporzionalità cadrebbe istantaneamente.. Prova a disegnare come cadrebbe, secondo te.

[89] Daniele C.: Se i due corpi li lascio cadere uno da un metro, e uno da dieci metri, il primo metro almeno lo devono fare uguali, quindi il primo arriva a terra e l'altro no.

[90] T: Se tu dovessi fotografare ogni secondo un corpo che cade, come lo potresti disegnare.

(Daniele C. disegna una rappresentazione iconica del grafico stroboscopico)

[91] Daniele C.: Più spazio ha da percorrere più prende velocità, ma un pò alla volta.

[92] Fabio S: La velocità aumenta man mano che il corpo scende.

(Suona la campana, la lezione è finita)

Dialoghi intorno a due nuove scienze (Giornata terza)

Quando le velocità hanno la medesima proporzione che gli spazi passati o da passarsi, tali spazi vengono passati in tempi eguali: se dunque le velocità con le quali il cadente passò lo spazio di quattro braccia, furon doppie delle velocità con le quali passò le due prime braccia (sì come lo spazio è doppio dello spazio), adunque i tempi di tali passaggi sono eguali: ma passare il medesimo mobile le quattro braccia e le due nell'istesso tempo, non può aver luogo fuor che nel moto istantaneo: ma noi veggiamo che il grave cadente fa suo moto in tempo, ed in minore passa le due braccia che le quattro; adunque è falso che la velocità sua cresca come lo spazio.

Notiamo come l'intervento di Stefania [33] lasci perplesso i compagni, poichè devono collegare il senso del suo intervento alla "teoria di Enzo". Stefania procede in modo galileiano, attraverso un esperimento mentale, ma lei, diversamente da Galileo, fa un caso limite per confutare la proposizione di Enzo e mostrare l'impossibilità della legge di proporzionalità. Solo negli interventi successivi [64,82,89] i compagni riescono faticosamente a individuare un esperimento mentale diverso da quello di Stefania, che risulta essere lo stesso di Galileo. Negli interventi di Daniela M.[64,82] si vede la fatica di costruire un esperimento mentale in presa diretta: l'alunna immagina di bloccare con una mano il corpo che cade da altezza doppia, e si chiede intanto dove è arrivato l'altro corpo. Sarà

poi il suo compagno Daniele C. [89] che esporrà compiutamente l'esperimento mentale iniziato da Daniela M.

Come osservazione conclusiva, notiamo che i ruoli assunti dagli allievi all'interno della discussione sono coerenti : Daniele C, all'inizio è Sagredo: sostiene la dipendenza della velocità dallo spazio percorso. Enzo si fa portavoce del punto di vista aristotelico; egli mette in pratica l'idea che la percezione dà la legge, ricoprendo esattamente il ruolo di Simplicio. Infine , con un'azione collettiva Stefania, Fabio P., Daniele C e Daniela M. ricoprono il ruolo più difficile: quello di Salviati (nel superamento dell'ipotesi della dipendenza della velocità dallo spazio percorso).

Bibliografia

Garuti R. (1992), Funzioni come trasformazioni associate a formule, grafici e modelli di fenomeni: riflessioni su un'esperienza in terza media, in *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*

Garuti R., P. Boero (1994), Mathematical modelling of the elongation of a spring: given a double length spring..., in *Proceedings PME XVIII*, Lisbona (Portogallo);

Boero, P.; Pedemonte, B. & Robotti, E.: 1997, 'Approaching Theoretical Knowledge Through Voices and Echoes: a Vygotskian Perspective', *Proc. of PME-XXI*, Lahti, vol. 2, pp. 81-88

Boero, P.; Chiappini, G.P.; Pedemonte, B. & Robotti, E.: 1998, 'The "Voices and Echoes Game" ...', *Proc. of PME-XXII*, Stellenbosch, vol. 2, pp. 120-127

Garuti, R.: 1997, 'A Classroom Discussion and a Historical Dialogue: a Case Study', *Proc. of PME-XXI*, Lahti, vol. 2, pp. 297-304.

Garuti, R.; Boero, P. & Chiappini, G.P.: 1999, 'Bringing the Voice of Plato in the Classroom to detect and overcome conceptual Mistakes', *Proc. of PME-XXIII*, Haifa.

Garuti, R. & Boero, P.: 2002, 'Interiorisation of forms of argumentation', *Proc. of PME-XXVI*, Norwich