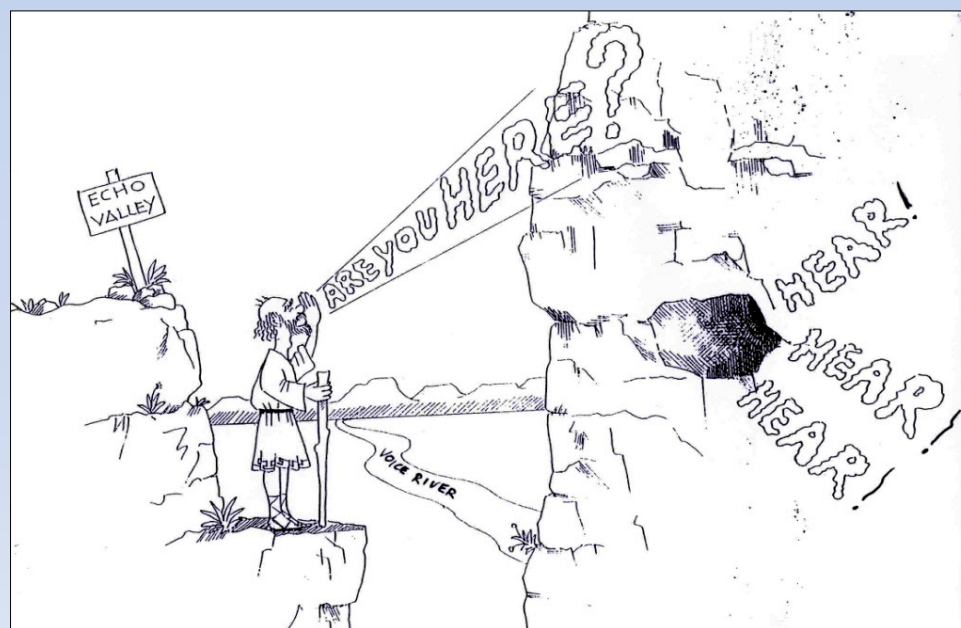


Il gioco *voci-echi* per l'approccio al pensiero teorico in matematica: ripensando alle ricerche degli anni '90



Rossella Garuti

Piano dell'esposizione

1. Origine della ricerca e sua evoluzione
2. Un esperimento didattico
sull'interiorizzazione di forme argomentative
(PME 26 - 2002)
3. Una ri-lettura alla luce del quadro teorico
sulla RAZIONALITA' (Boero & C.)

1a. Che cos'è il gioco VOCE-ECO?

La metodologia del **Gioco voci-echi** si fonda sull'attività di imitazione attiva nella "zona di sviluppo prossimale" (Vygotskij, 1992) degli allievi e sulla constatazione che i contenuti anti-intuitivi e i caratteri salienti del sapere teorico sono portati da *voci* (Bachtin, 1968), in particolare da *voci* storiche che incarnano “rivoluzioni scientifiche” che hanno modificato il modo comune di pensare a certi fenomeni fisici e naturali, ma anche modi di **approccio al sapere teorico**

1a. Che cos'è il gioco VOCE-ECO?

La metodologia del **Gioco voci-echi** si fonda sull'attività di imitazione attiva nella "zona di sviluppo prossimale" (Vygotskij, 1992) degli allievi e sulla

Vygotskij (1992)
ZSP
concetti comuni
concetti scientifici

Bachtin (1968)
voce

fenomeni fisici e naturali, ma **approccio al sapere teorico**

1. Che cos'è il gioco VOCE-ECO?

VOCE: nella storia della letteratura l'idea di **voce** compare per la prima volta nelle opere di Bachtin

*[...] il pensiero umano diventa vero pensiero , cioè idea, solo in condizioni di contatto vivo con un altro pensiero altrui, incarnato in una **voce altrui**, cioè in un'altrui coscienza espressa nella parola. Nel punto di contatto di queste **voci-coscienza** nasce e vive l'idea. ... L'idea è un fatto vivo, che si crea nel punto **dialogico** di due o più coscienze.*

(Bachtin, Dostoevskij: poetica e stilistica, 1968).

1a. Che cos'è il gioco VOCI-ECO?

**V
O
C
I**

Espressioni verbali significative dal punto di vista scientifico che rappresentano in modo denso e comunicativo importanti salti nell'evoluzione del pensiero matematico e scientifico. Ognuna di queste espressioni trasmette un contenuto, un'organizzazione del discorso e l'orizzonte culturale nel quale è inserita.

**E
C
H
I**

Attraverso specifiche richieste da parte dell'insegnante, lo studente tenta di connettersi alla voce producendo un'ECO, cioè un legame con la voce esplicitato da un discorso

1a. Che cos'è il gioco VOICI-ECO?

Il gioco VOICI-ECO consiste in una particolare metodologia didattica che mira all'appropriazione delle "**voci**" storiche da parte degli allievi (sotto la guida dell'insegnante) e, attraverso consegne specifiche, alla successiva richiesta di produzione di "**echi**"



1b. Quali sono gli scopi del VEG?

Ci si proponeva di superare i limiti dei due tipi più comuni di approccio scolastico al **sapere teorico** (es. la modellizzazione matematica di fenomeni fisici)



Approccio
tradizionale



Approccio
costruttivista

Attraverso la proposizione di *voci* storiche alla classe e la richiesta agli alunni di *echi* a tali *voci*

1c. Come nasce?

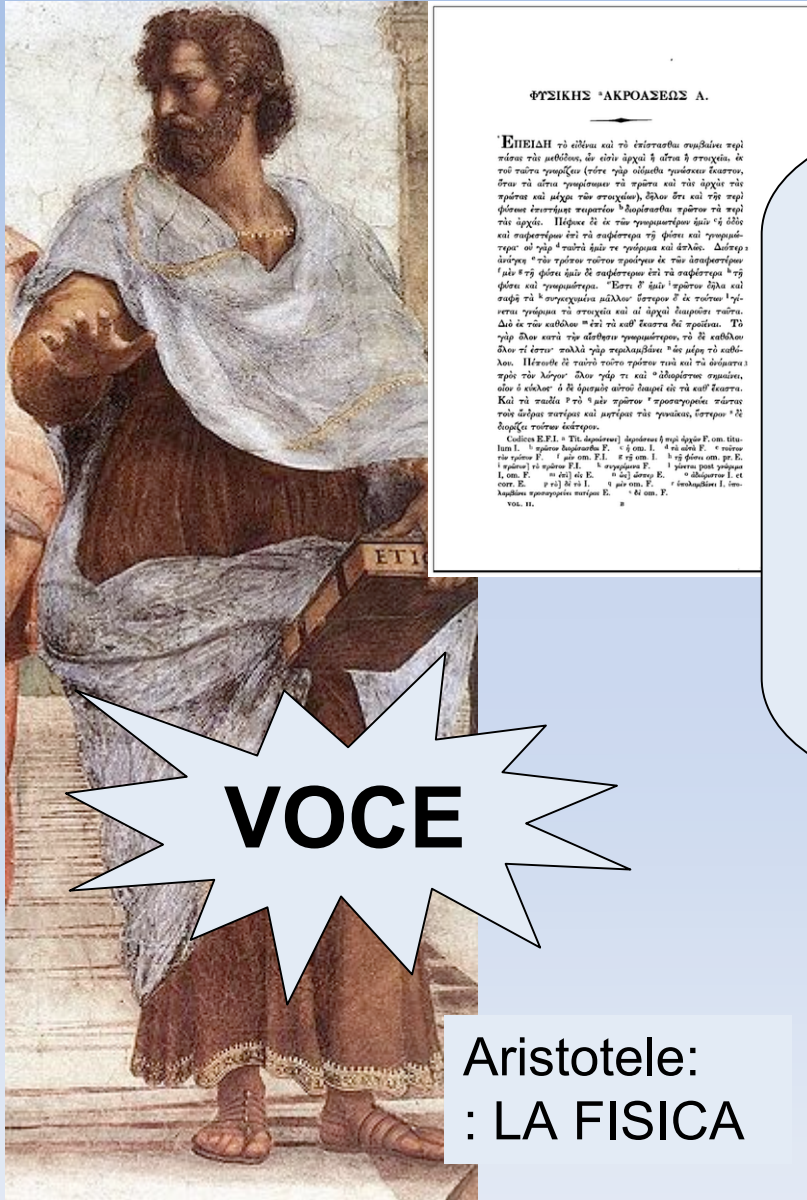


Dialogo intorno a due nuove scienze (1638)

Modellizzazione
matematica di un
fenomeno fisico:
*la caduta dei
gravi*



1c. Come nasce?



*Se tu fossi Aristotele
come spiegheresti..*

- Il fatto che una piuma cade più lentamente di una pietra?
- Che il fumo sale verso l'alto?
- Che la farina cade a terra più lentamente dei chicchi di grano?

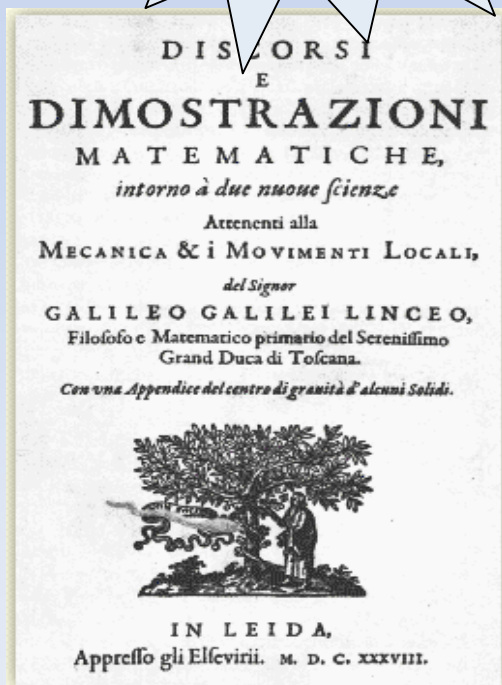
VOCE

Aristotele: : LA FISICA

ECO



VOCE



1c. Come nasce?

*Se tu fossi Galileo
come spiegheresti ...*

ECO



Nella ricerca è stato (ed è) centrale il problema di individuare i caratteri salienti degli *oggetti della mediazione* realizzabile in classe col gioco voci-eco.

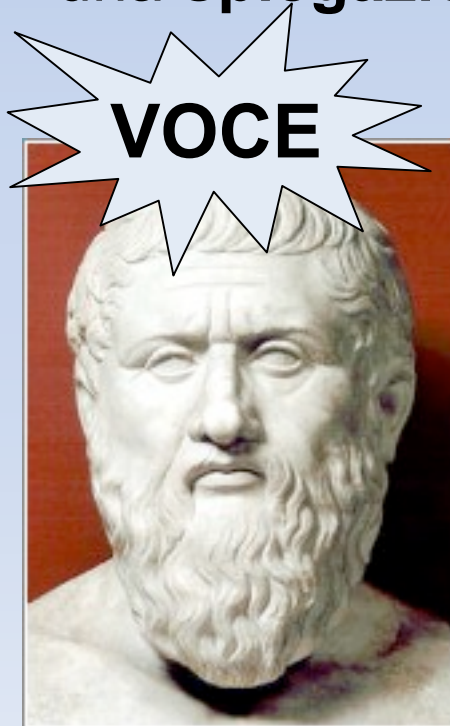


- *Contenuti di una teoria (es. caduta dei gravi)*
- *Le espressioni linguistiche utilizzate nella voce*
- *La struttura del discorso argomentativo: alternanza di esempi e generalizzazioni, uso di esperimenti mentali, casi limite*
- *.....*

Tale problema si collega direttamente all'analisi delle potenzialità del **gioco voci-eco** nell'approccio al **sapere teorico**.

1d. La ricerca è continuata ...

La nostra attenzione si è spostata su un altro aspetto della padronanza del sapere teorico: la capacità di cogliere e superare **errori concettuali** attraverso una **spiegazione generale**.



*Platone: il dialogo
del Menone*



Scrivi un dialogo alla maniera di Platone sul seguente errore: ***dividendo un numero intero per un altro numero si trova sempre un numero più piccolo del dividendo*** (I° media).

Scrivi un dialogo alla maniera di Platone sul seguente errore: ***Moltiplicando un numero intero per un altro numero il risultato è sempre più grande del moltiplicando*** (IV elementare)

2. Il teaching experiment -PME 2002

Analisi del ruolo del VEG nell'interiorizzazione di forme di argomentazione

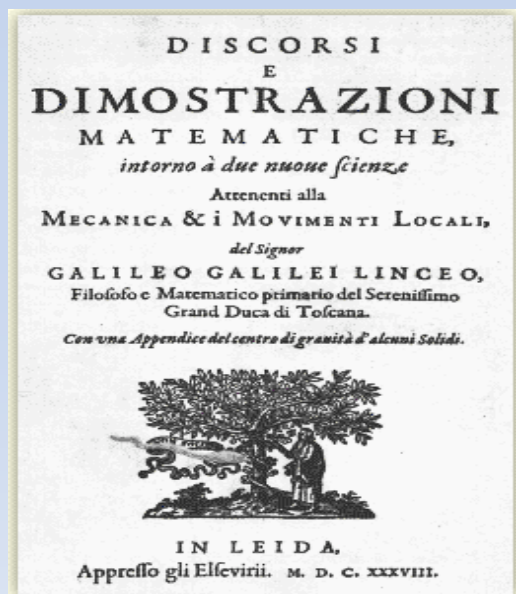
HP. La possibilità da parte degli studenti di interiorizzare forme di organizzazione argomentativa del discorso inerenti il dibattito scientifico: come *l'elaborazione dialogica delle ipotesi di partenza, la trasformazione degli argomenti a supporto di queste ipotesi all'interno di una teoria data con l'obiettivo di mettere in luce le contraddizioni presenti.*

TEACHING EXPERIMENT

UNA CLASSE DI III MEDIA



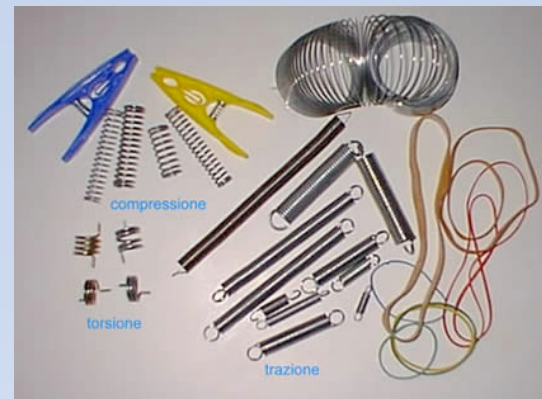
LA VOCE DI GALILEO



Dialoghi intorno a due nuove scienze (1638)



IL CONTENUTO: il problema della molla di lunghezza doppia



L'ECO : *Immagina di essere Galileo che scrive un dialogo sul problema della molla di lunghezza doppia*



UNA CLASSE TERZA MEDIA 17 STUDENTI

Gli studenti erano abituati:

- a discutere, spiegare e scrivere i loro ragionamenti
- a confrontare e discutere strategie di e testi diversi

Rispetto al VEG questi studenti avevano preso parte ai due esperimenti didattici descritti precedentemente (caduta dei gravi e Menone)



IL CONTENUTO: *il problema della molla doppia*

E' parte di una attività molto ampia, storica del gruppo di Genova, sul fenomeno dell'allungamento degli elastici e/o delle molle

Immagina di avere due molle dello stesso materiale e con lo stesso diametro di spire, ma una di una lunghezza doppia dell'altra. Se si attacca lo stesso numero di graffette ad entrambe, come sarà l'allungamento delle due molle?

Perché abbiamo scelto questo problema?

- La situazione problematica, più volte sperimentata rappresenta un sfida per i ragazzi
- L'ipotesi “sbagliata” (*stesso allungamento*) si basa su PRINCIPI che a volte in altre situazioni funzionano
- L'ipotesi corretta (*allungamento doppio*) non è così facile da confutare sulla base dell'esperienza quotidiana.
- L'ipotesi sbagliata può essere confutata con argomentazioni adatte
- Ci sono alcune assonanze, non sul contenuto, ma sui modi di ragionare con il fenomeno della caduta dei gravi. Anche in quel caso l'ipotesi “sbagliata” (*più peso, più velocità*) si basa su PRINCIPI e può essere confutata con argomentazioni adatte.

Che cosa conoscevano gli studenti dell'allungamento delle molle?

- La legge: $L=L_0 + Kx$ e il significato fisico e geometrico di K e L_0
- avevano fatto diversi esperimenti con molle di materiali diversi e stessa lunghezza iniziale.

Sul problema della molla doppia c'era stata:

- una lunga e accesa discussione sulle ipotesi prodotte : stesso allungamento vs allungamento doppio
- Si era “forzato” (come scelta didattica) la ricerca di argomentazioni a sostegno dell'una o dell'altra ipotesi per arrivare a una verifica argomentativa
- l'esperimento finale rappresentava solo la verifica empirica del passo precedente



LA VOCE DI GALILEO: Discorsi intorno a due nuove scienze (1638)

Perché?

I Nei Dialoghi di Galileo una tipica forma di struttura argomentativa consiste nell'elaborazione e trasformazione dell'ipotesi avversa all'interno del quadro teorico avverso col fine di porre in evidenza una contraddizione

Questa forma di argomentazione non è prodotta spontaneamente dagli studenti, la difficoltà principale consiste nell'assunzione della posizione teorica avversa all'interno della quale sviluppare l'argomentazione.

Estratto dal testo di Galileo

Giornata prima: dove viene confutata
l'ipotesi aristotelica di dipendenza dal peso



I protagonisti sono

- **Simplicio**: il pensatore aristotelico
- **Salviati**: il sagace pensatore
- **Sagredo**: l'uomo nuovo acculturato

Abstract:

- **Simplicio** illustra la teoria di Aristotele in generale e con un esempio
- **Salviati** mette in discussione la teoria di Simplicio usando lo stesso esempio facendone emergere gli effetti (proporzionalità)
- Sagredo prende posizione a favore di Salviati facendo riferimento ad un esperimento
- Salviati cerca di convincere Simplicio con una dimostrazione
- Salviati coinvolge Simplicio in un esperimento mentale che porta a una contraddizione manifesta della teoria di Aristotele

- Simp.: *Aristotele fa due supposizioni...*
- Salv.: *Mi par che si possa andar contro agli assunti di quello negandoli ambedue*
- Sagr.: *Ma io Simplicio che ho fatto l'esperimento...*
- Salv.: *Ma, senz'altre esperienze, **con breve e concludente dimostrazione, possiamo chiaramente provare**[...] Però ditemi se voi ammette che...*
- Simp. *Non si può..dubitare che [...]*
- Salv. Non concorrete voi meco in questa opinione?
- Simp. *Parmi che così debba indubitalmente seguire*
- Salv, Ma se questo è vero [ME] *Vedete dunque come dal suppor [...] lo vi concludo che*

Questa parte di testo viene letta e discussa con gli studenti, ricordo che gli elementi di contenuto erano noti ai ragazzi.

CRITERI DI ANALISI DEI DIALOGHI

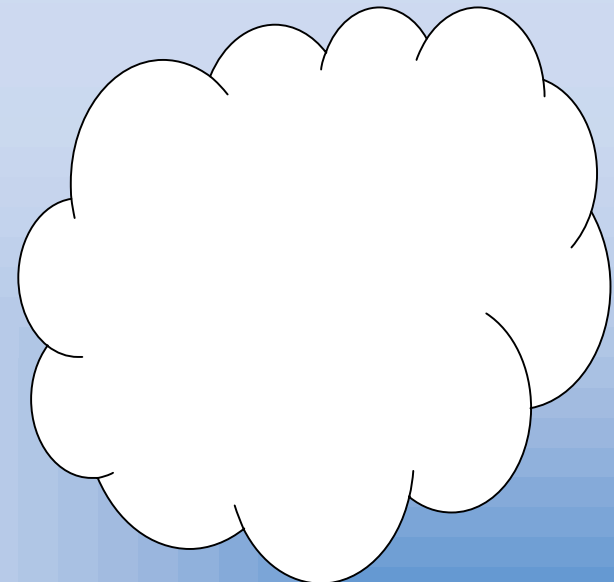
L'analisi dell'estratto del Dialogo suggerisce alcuni criteri di analisi degli elaborati degli studenti::

- presenza di una struttura dialogica, in particolare la presenza di domande dirette che coinvolgono l'interlocutore
- scarsa importanza all'esperimento effettuato in classe nell'attività sulle molle
- attenzione alla forza logica dell'argomentazione
- trasformazione ed elaborazione degli argomenti dell'ipotesi avversa
- capacità di far emergere la contraddizione



L'ECO

Immagina di essere Galileo che scrive un dialogo sul problema della molla doppia. I protagonisti sono: Salviati, che saresti tu, che cerca di convincere Simplicio (e il lettore) che la molla doppia si allunga della stessa lunghezza dell'altra; Sagredo il moderatore



Dialoghi degli studenti

Primo esempio: SARA

Simplicio: *Ho due molle, dello stesso materiale e dello stesso diametro delle spire, ma di lunghezza iniziale diversa: una il doppio dell'altra. Io sono sicuro che si allungano uguali perché hanno lo stesso materiale e lo stesso diametro e la lunghezza iniziale non è influente. Per esempio se io ho una molla lunga 10 cm e una lunga 20 cm e mettiamo 10 graffette,*

Salviati: *Io sono contro la tua supposizione cioè io dico che la lunghezza iniziale è influente e K varia cioè se con una graffetta la molla doppia si allunga di 2 cm, l'altra si allunga di 1 cm.*

Sagredo: *. Mi dispiace dirtelo, ma io ho fatto l'esperimento e ho visto che la molla doppia si allunga del doppio rispetto all'altra.*

Salviati: *Noi possiamo provare*

Simplicio: *Sono un po' confuso, però aspetta, no, no secondo me si allungano uguali perché il peso viene diviso per il numero delle spire. Per esempio mettiamo che il peso sia 20 grammi, le spire della molla più corta sono 10 quindi $20:10=2$, mentre per la molla doppia $20:20=1$. Ogni spira della molla più corta sostiene 2 grammi.....quindi l'allungamento è uguale*

Ipotesi di
Simplicio

Ipotesi di
Salviati

Riferimento
all'esperimento

Argomenti
di Simplicio

Salviati: *E' qui che commetti un errore perché se noi prendiamo una molla lunga e la dividiamo in due parti uguali, ottengo due molle identiche che si allungano allo stesso modo e se le riunisco si allungano il doppio di prima cioè ogni spira si allunga dello stesso tot e il peso non si divide .*

Sagredo: *Simplicio, tu non distingui il peso che viene sottoposto ad una cosa appesa, dal peso sottoposto ad una cosa non appesa.....*

Simplicio: *Ah ho capito*

Salviati: *In conclusione la molla doppia si allunga del doppio perché ogni spira si allunga dello stesso tot, quindi se ho un numero doppio di spire....*

Argomenti di Salviati

Sagredo prende
posizione

Conclusione

Non è un dialogo “vero: Salviati illustra la sua ipotesi contro l’ipotesi di Simplicio. Non contiene le forme di argomentazione tipiche di Galileo, sembrano piuttosto due monologhi paralleli.

Secondo esempio: FRANCESCO

Simplicio: [presenta l'ipotesi sbagliata in generale e con un esempio, come SAA]

Salviati: *Da come avete detto sembra che voi abbiate fatto l'esperimento, ma io ne dubito molto*

Sagredo: *Io ho fatto l'esperimento e vi posso assicurare che una molla lunga il doppio dell'altra si allunga del doppio*

Salviati: *Come Sagredo che ha fatto l'esperimento io posso provare che una molla doppia si allunga del doppio.*

Secondo voi *tutte le molle dello stesso materiale e dello stesso diametro di spira si allungano uguale?*

Simplicio: *Certamente, [e lo spiega]*

Salviati: *Quindi secondo voi è logico che due molle della stessa lunghezza, stesso materiale, e stesse spire unite insieme tra loro diano un allungamento uguale ad una sola molla ?*

Simplicio: *mi sembra logico*

Ipotesi di
Simplicio

Riferimento
all'esperimento

Ipotesi di
Salviati

Trasformazione
dell'argomento
avverso

Salviati: Se questo è vero, se noi abbiamo due molle di lunghezza iniziale uguale con ognuna attaccato un peso esse si allungano di un tot, unendo le due molle e quindi sommando i due allungamenti avremo un allungamento doppio, il ch      contro la tua ipotesi.

Trasformazione
dell'ipotesi
avversa

Simplicio: Sono confuso, mi sembra che unendo le due molle esse si riuniscano in una quindi ritrovo l'allungamento uguale

Salviati: Qua state errando, perch   non    vero che unendo le due molle l'allungamento di una scompare

Contraddizione

Simplicio: Oh questa poi...[...]

Salviati: Provate a pensare a una molla **lunga 20 cm** e una **di 100 metri** se si allungano ugualmente. Voi dovete tener conto che la vostra affermazione deve essere universale

Caso limite

Si tratta di un “vero” dialogo con domande dirette e Salviati elabora, e trasforma l'ipotesi di Simplicio mettendo in evidenza la contraddizione..

IN GENERALE

8 studenti su 17 scrivono un dialogo simile a quello di SARA:

- hanno compreso gli argomenti a sostegno delle due ipotesi
- hanno tenuto conto della verifica sperimentale

MA

Questi dialoghi NON soddisfano i criteri scelti

- non c'è interazione fra le diverse argomentazioni
- non sono capaci di rielaborare e trasformare gli argomenti avversi
- non mettono in evidenza la contraddizione nell'ipotesi di simplicio
- di fatto producono un'eco alla discussione di classe, non proprio al Dialogo di Galileo

9 studenti su 17 producono un dialogo simile o superiore a quello di FRANCESCO

- questi dialoghi soddisfano i criteri scelti
- sono in grado di fare eco a galileo: la struttura è dialogica, sono capaci di assumere l'ipotesi avversa, trasformarla e porre in evidenza la contraddizione.
- Non ci sono forme intermedie, a parte il dialogo di CONCETTA che fa parte del primo gruppo.

LE PRIME RIFLESSIONI

Sulla base di questi elementi

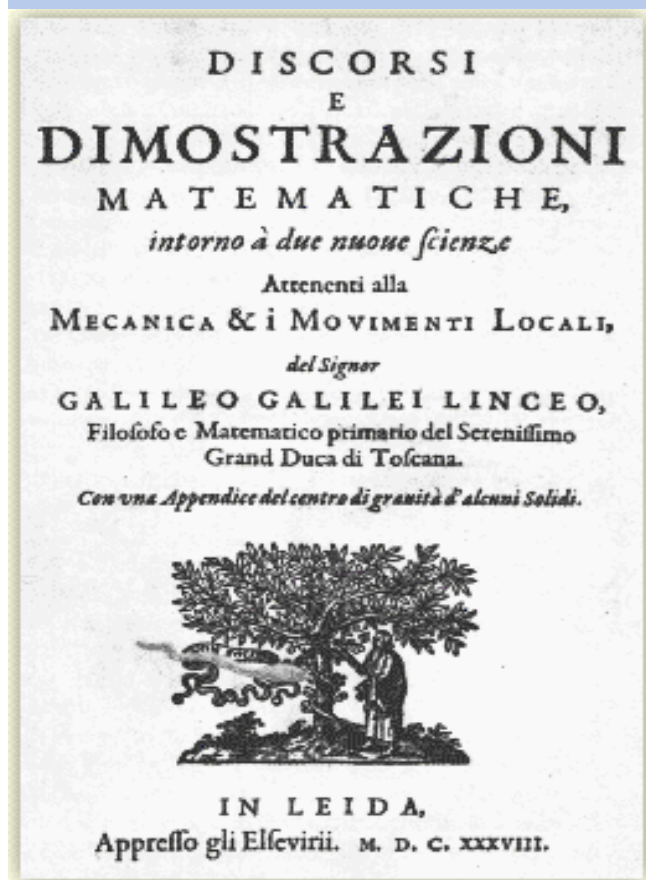
- non è possibile dire se gli studenti hanno interiorizzato queste forme argomentative tanto da poterle trasferire ad altre situazioni lontane dall'esempio della “caduta dei gravi”.
- Si può dire che metà degli studenti hanno prodotto un dialogo simile a quello di Galileo

MA

Da questo esperimento didattico ci vengono
alcuni suggerimenti

- I. Il dialogo di Galileo è un dialogo virtuale, possiamo pensarlo come un dialogo interiore che mettiamo in atto quando si tratta di controbattere a un interlocutore
- II. suggerisce un'attenzione particolare alle forme argomentative che gli studenti utilizzano in classe durante una discussione “scientifica”
- III. suggerisce che l'analisi del dialogo di Galileo, condivisa con gli studenti, potrebbe rappresentare una condizione cruciale per lo sviluppo di processi di interiorizzazione
- IV. Gli studenti che non fanno eco a Galileo sono gli stessi che non presentano una forma dialogica

3. IL QUADRO DELLA RAZIONALITA'



Aspetto epistemico: il contenuto delle argomentazioni

Aspetto teleologico si gioca a un meta-livello attraverso la produzione di casi limite o esperimenti mentali che hanno lo scopo di porre Simplicio in contraddizione

Aspetto comunicativo è relativo alla struttura del dialogo

Nei dialoghi dei ragazzi:

i. Questi aspetti sono fortemente intrecciati (vedi punto IV)

ii. Il quadro della razionalità ci consente di ri-leggere i dialoghi degli studenti anche dal punto di vista dei contenuti (epistemico), come ci aveva fatto notare T. Dreyfus. Un esempio eclatante è il dialogo di Concetta che oggi può essere interpretato, forse come gli altri dello stesso gruppo) anche in termini di una adesione superficiale ai contenuti più profondi del fenomeno dell'allungamento della molla (razionalità epistemica, secondo la quale noi conosciamo qualcosa solo quando sappiamo perché le affermazioni su quella cosa sono vere o false

GRAZIE



Rimini Seminario nazionale 2011