

XXVIII SEMINARIO NAZIONALE DI RICERCA
IN DIDATTICA DELLA MATEMATICA
GIOVANNI PRODI
Rimini, 27-29 gennaio 2011

Controrelazione a:

**RICERCA DIDATTICA NEI CAMPI DI ESPERIENZA, 1989-2010:
CONTRIBUTI SULLA COSTRUZIONE DEI CONCETTI E
SULL'APPROCCIO AL PENSIERO TEORICO IN MATEMATICA**

Michela Maschietto

*Università di Modena e
Reggio Emilia*

Cristina Sabena

Università di Torino

introduzione

- Densità della relazione

Piano della relazione

- Ricerca
- Formazione insegnanti

Piano della relazione

- Ricerca
- Formazione insegnanti

Campo di
esperienza

Voce/Eco

Linguaggio
verbale

Didattica dei
campi di
esperienza

Concetti

Comportamento
razionale

Dialettica CQ/CS

Argomentazione

modellizzazione

Cultura
dei teoremi

Cultura
matematica

Realtà
scolastica

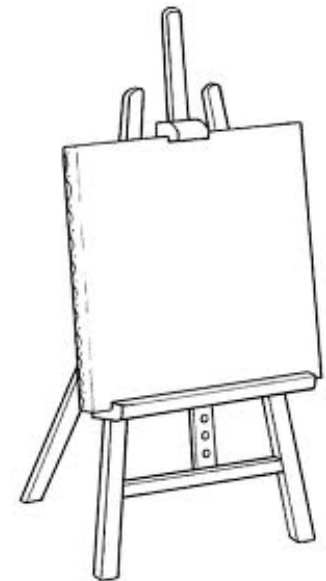
cultura

Realtà extra-
scolastica

La formazione del quadro teorico

Il quadro teorico si è venuto delineando in un continuo confronto dialettico con altri quadri, con spinte di carattere

- **interno** al quadro stesso
 - feedback dalle **sperimentazioni** in classe;
 - per **approfondimenti** teorici successivi (es: articolazione concetti: Vergnaud e Vygotskij);
- **esterno:**
 - **confronto** teorico con altre ricerche e ricercatori;
 - esperienze **personali** dei ricercatori stessi (es: viaggio in Eritrea).



In particolare, sembrano essere sempre presenti

- un confronto **esterno** teorico, quasi una sorta di dialogo continuo con un interlocutore (non solo nella relazione); più recentemente, un confronto esterno con gli insegnanti “qualsiasi”;
- un confronto **interno** con le evidenze sperimentali, in particolare con alcuni protocolli paradigmatici (es: Lucia) e problemi preferiti

Una ricchezza teorica

La ricerca presenta una notevole ricchezza di riferimenti teorici, sia all'interno sia all'esterno dell'Educazione Matematica:

Interno

Teoria campi concettuali (Vergnaud)
Bishop
Castelnuovo
Costruttivisti
Realistic Mathematics Education
Lesh
Chevallard
Douady
Duval
Bartolini Bussi
Sfard
Radford
...

Esterno

Situated Cognition
Psicolinguistica
Piaget
Vygotskij
Bruner
Activity Theory
Bernstein
Hatano & Wertsh
Hall
Norman
Habermas
Toulmin
...

Una complessità teorica

- “Networking theories” group (coord: A. Bikner)
- CERME Working Group (2005, 2007, 2009, 2011)
- PME Research Forum, 2010

Riflessione su:

- Ruolo delle teorie in Math. Ed.
- Strumenti teorici e pratici per mettere in relazione diverse teorie

ZDM Vol. 40, Issue 2, 2008:

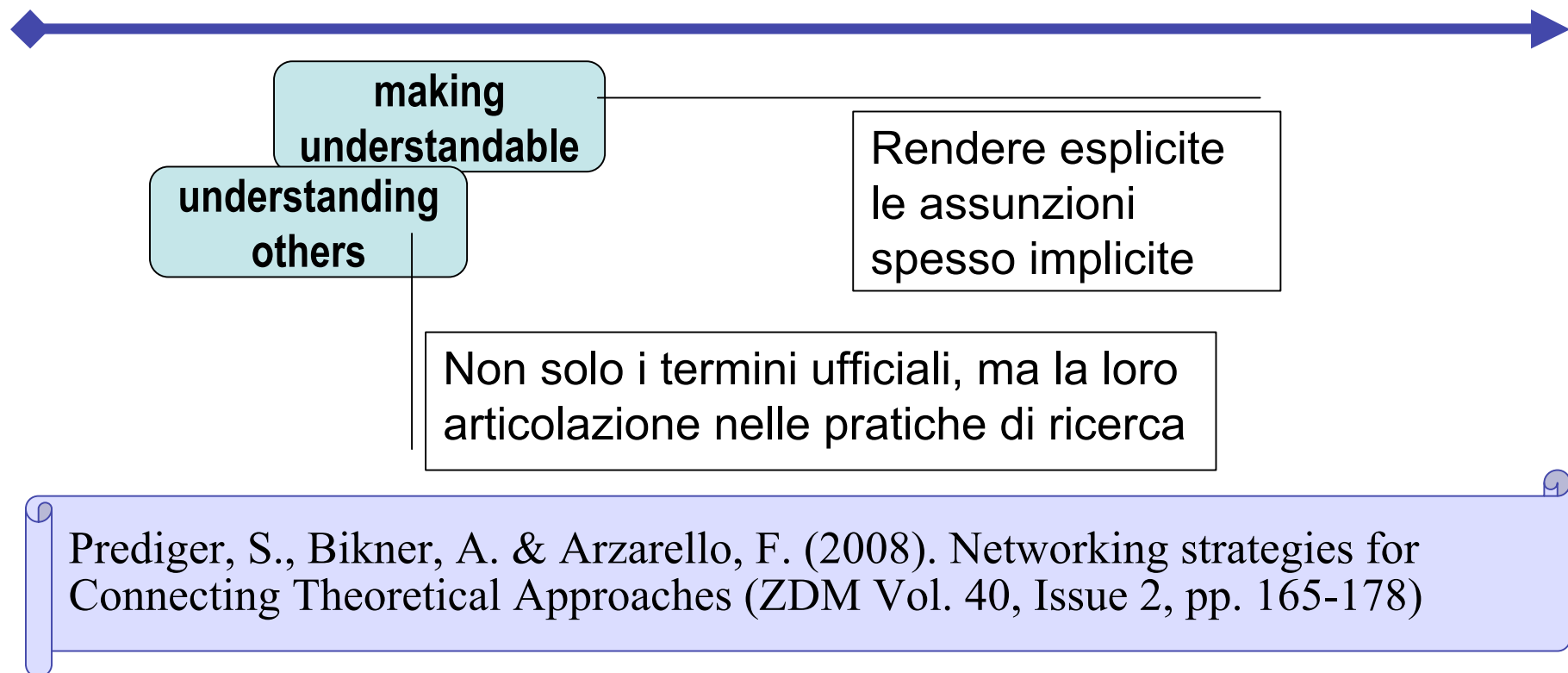
Comparing, Combining, Coordinating - Networking Strategies for Connecting Theoretical Approaches

Strategie di Networking

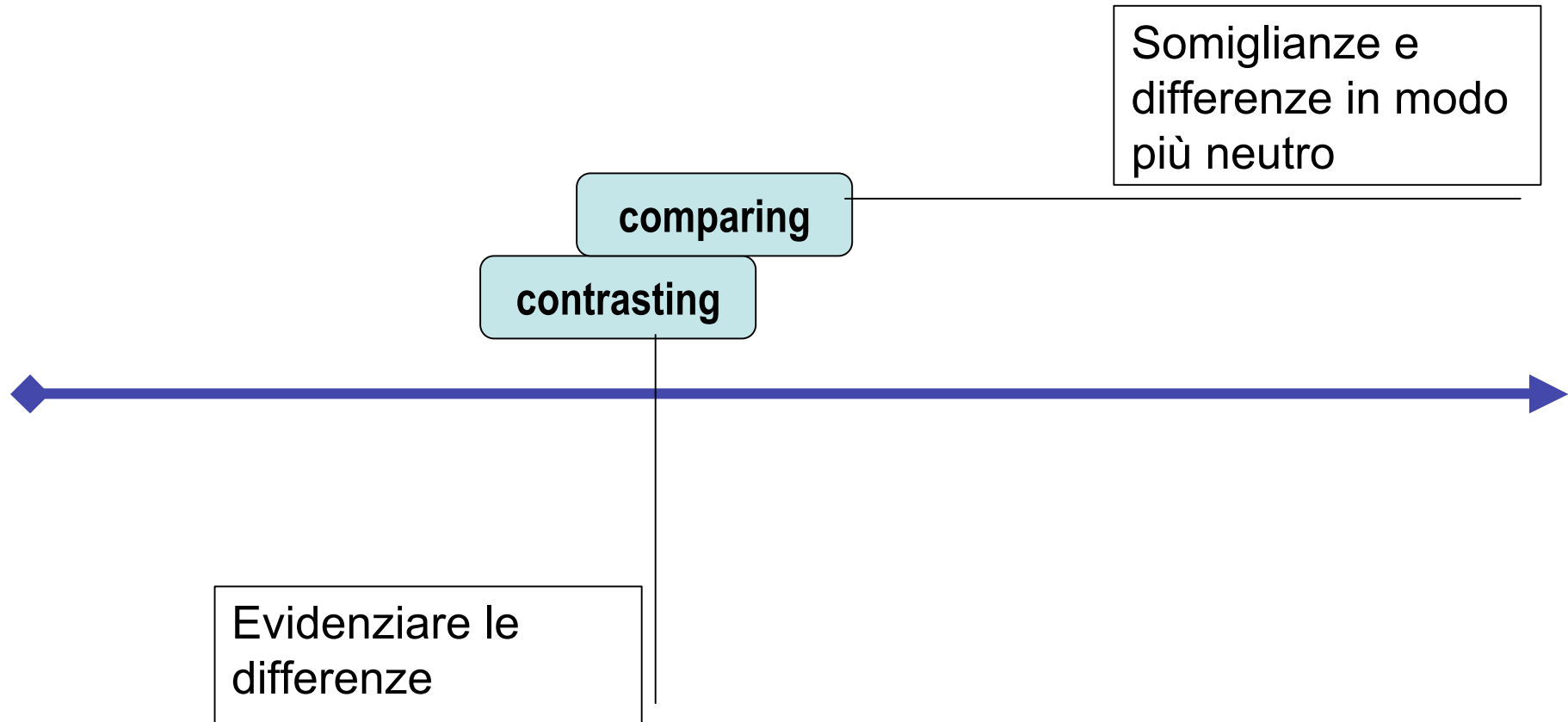


Prediger, S., Bikner, A. & Arzarello, F. (2008). Networking strategies for Connecting Theoretical Approaches (ZDM Vol. 40, Issue 2, pp. 165-178)

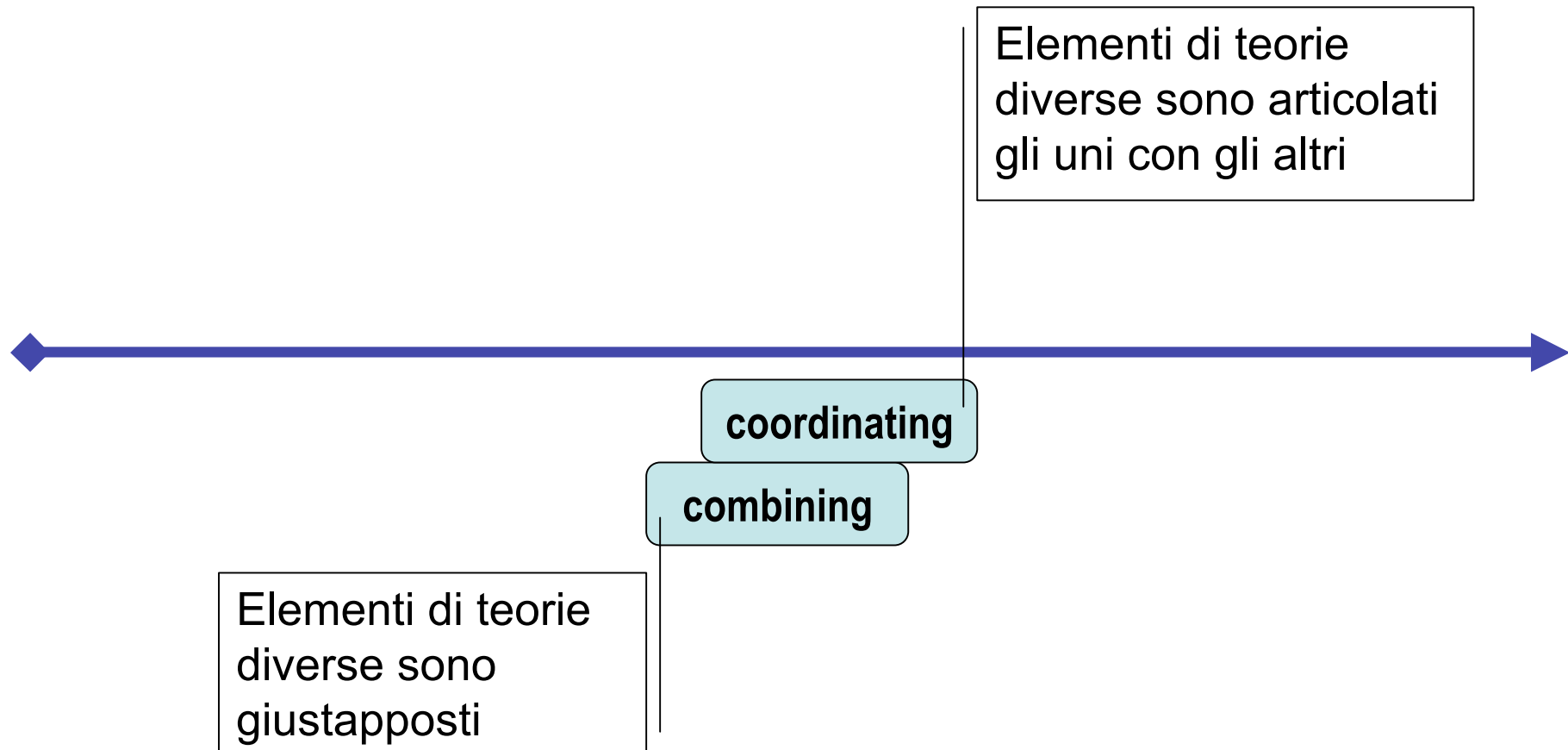
Strategie di Networking



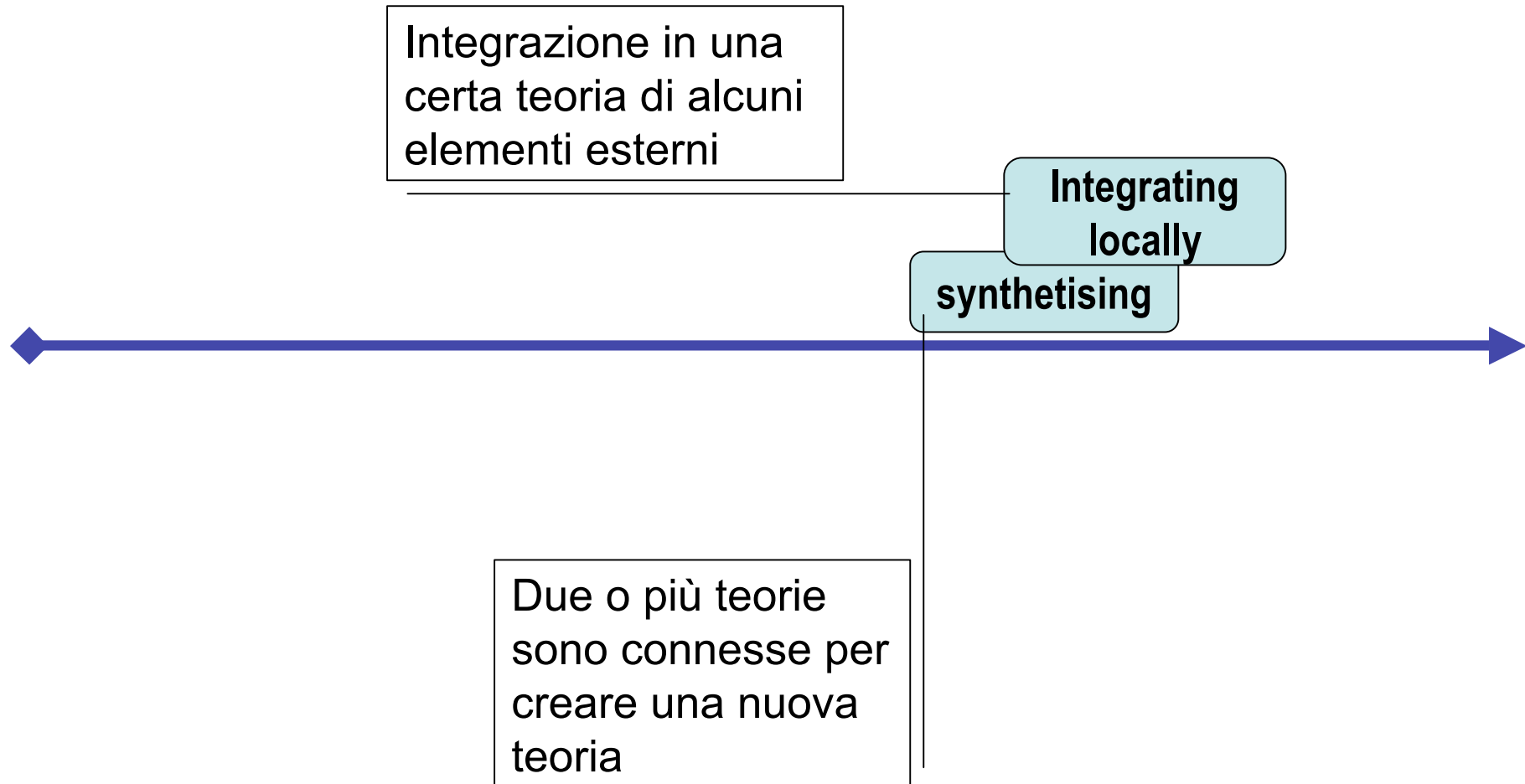
Strategie di Networking



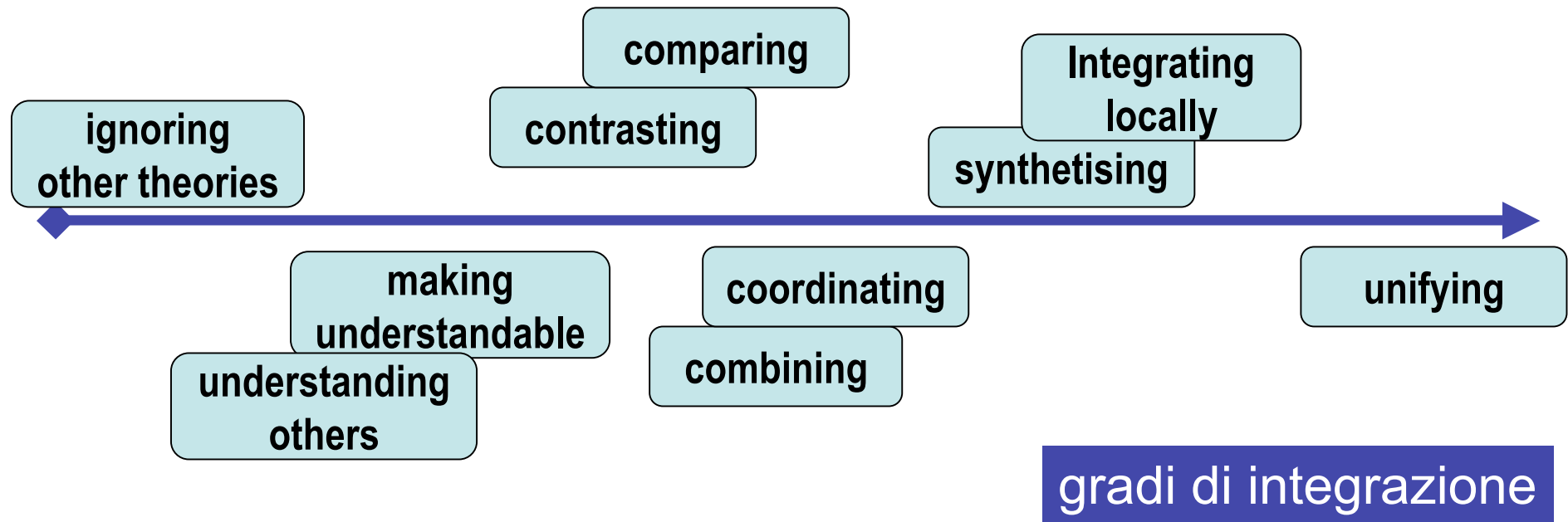
Strategie di Networking



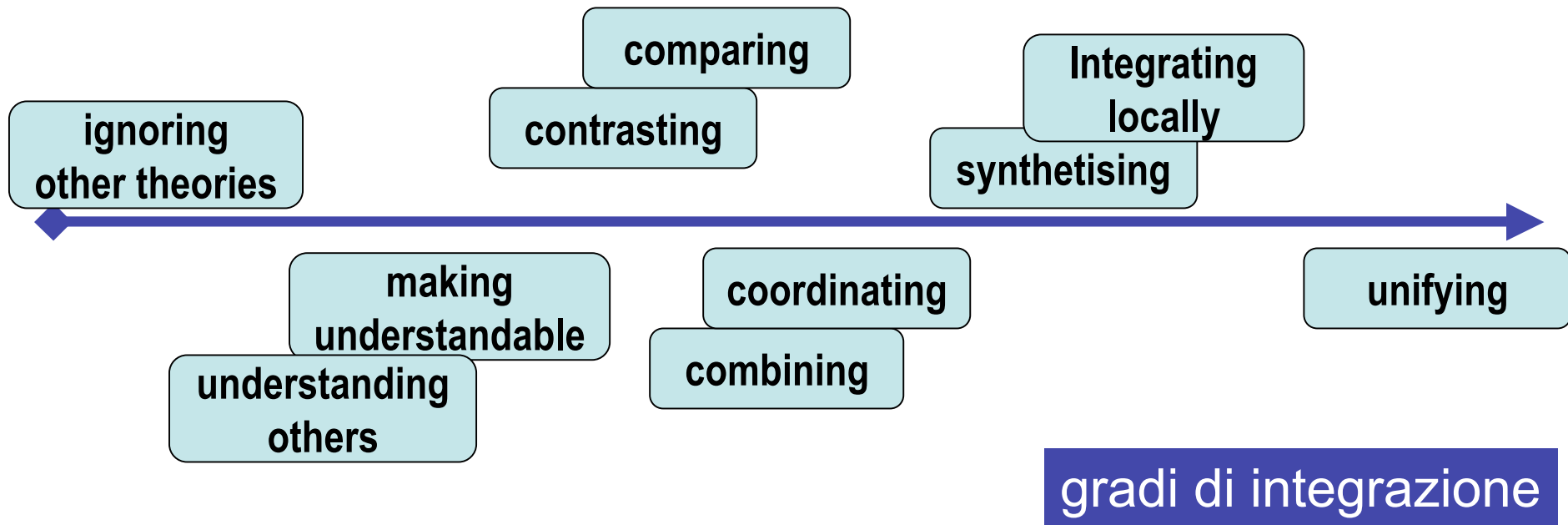
Strategie di Networking



Strategie di Networking



Strategie di Networking

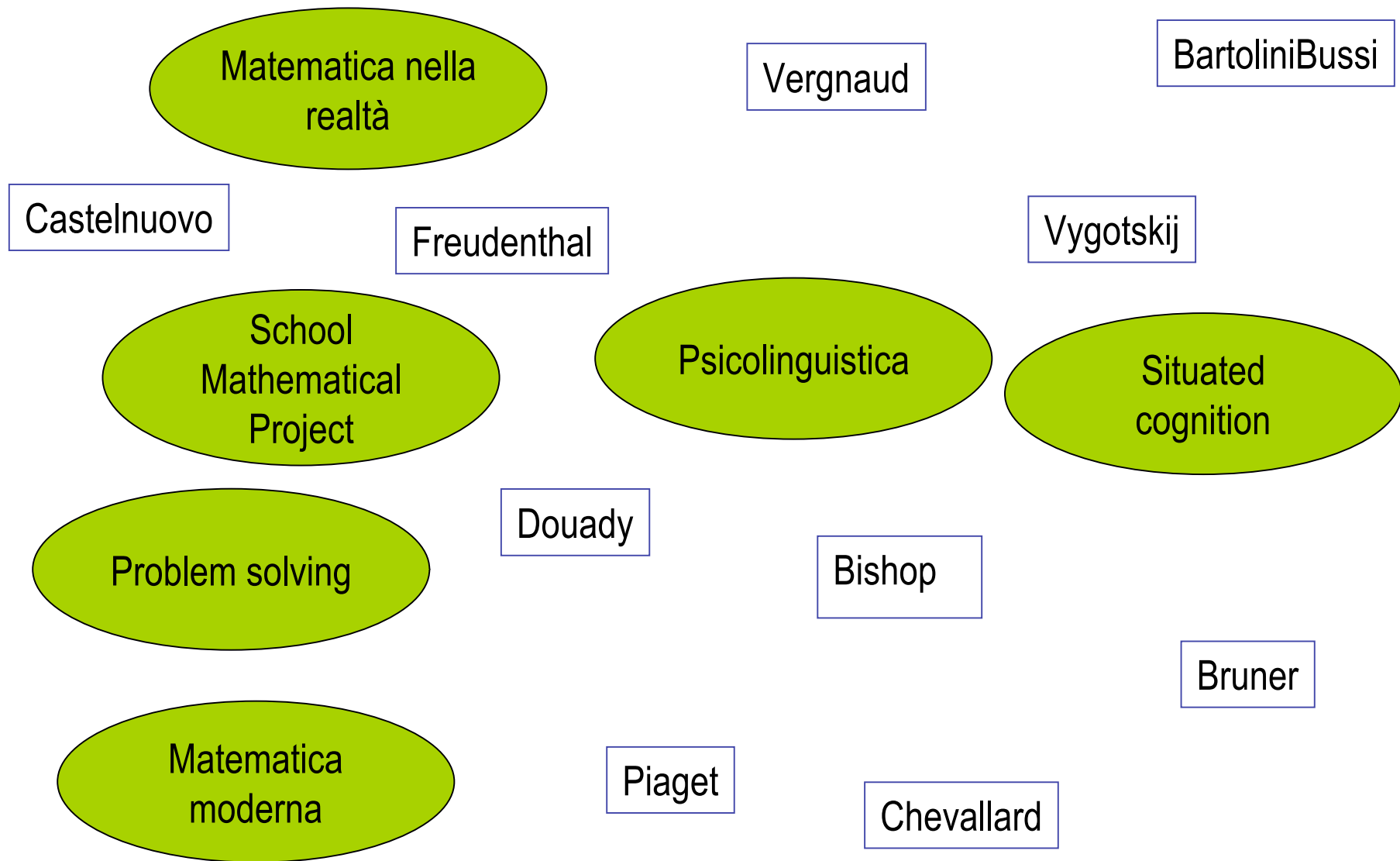


“theories or theoretical approaches are constructions in a state of flux” (Prediger et al., 2008, p. 169).

RICERCA

Fase iniziale della ricerca

Fase iniziale della ricerca



RICERCA

Fase iniziale della ricerca



RICERCA

Fase iniziale della ricerca

I progetti per la scuola ... sono stati costruiti come radicale alternativa alla

Matematica moderna

Vygotskij

ri-lettura attenta di Vygotskij (che ci comunicava l'idea di una cultura da trasmettere profondamente radicata nella storia e nella coscienza degli uomini e attirava la nostra attenzione sul compito di mediazione culturale dell'insegnante e sulle funzioni culturali e cognitive del linguaggio verbale)

Fase iniziale della ricerca

Matematica moderna

School
Mathematic
al Project

Matematica
nella realtà

Freudenthal

Castelnuovo

le esperienze innovative condotte in Italia sull'ipotesi metodologica dell'insegnamento della matematica (soprattutto della geometria) collegato all'osservazione e allo studio della "realtà"

i progetti didattici sviluppati avevano dimostrato la praticabilità dell'ipotesi dell'insegnamento-apprendimento della matematica in contesti "reali".

RICERCA

Fase iniziale della ricerca

Matematica moderna

School
Mathematic
al Project

Matematica
nella realtà

Freudenthal

Castelnuovo

Chevallard

Vygotskii

una prospettiva educativa in cui si ipotizza che il compito principale dell'insegnante debba essere quello di ri-contestualizzare la matematica dei matematici riportandola alle pratiche da cui ha tratto origine, per poi ri-decontestualizzarla e ricondurla progressivamente vicino alla matematica dei matematici;

UNDERSTANDING

RICERCA

Fase iniziale della ricerca



UNDERSTANDING

RICERCA

Fase iniziale della ricerca

Matematica moderna

School
Mathematical
Project

Chevallard

Piaget

Matematica
nella realtà

Douady

Freudenthal

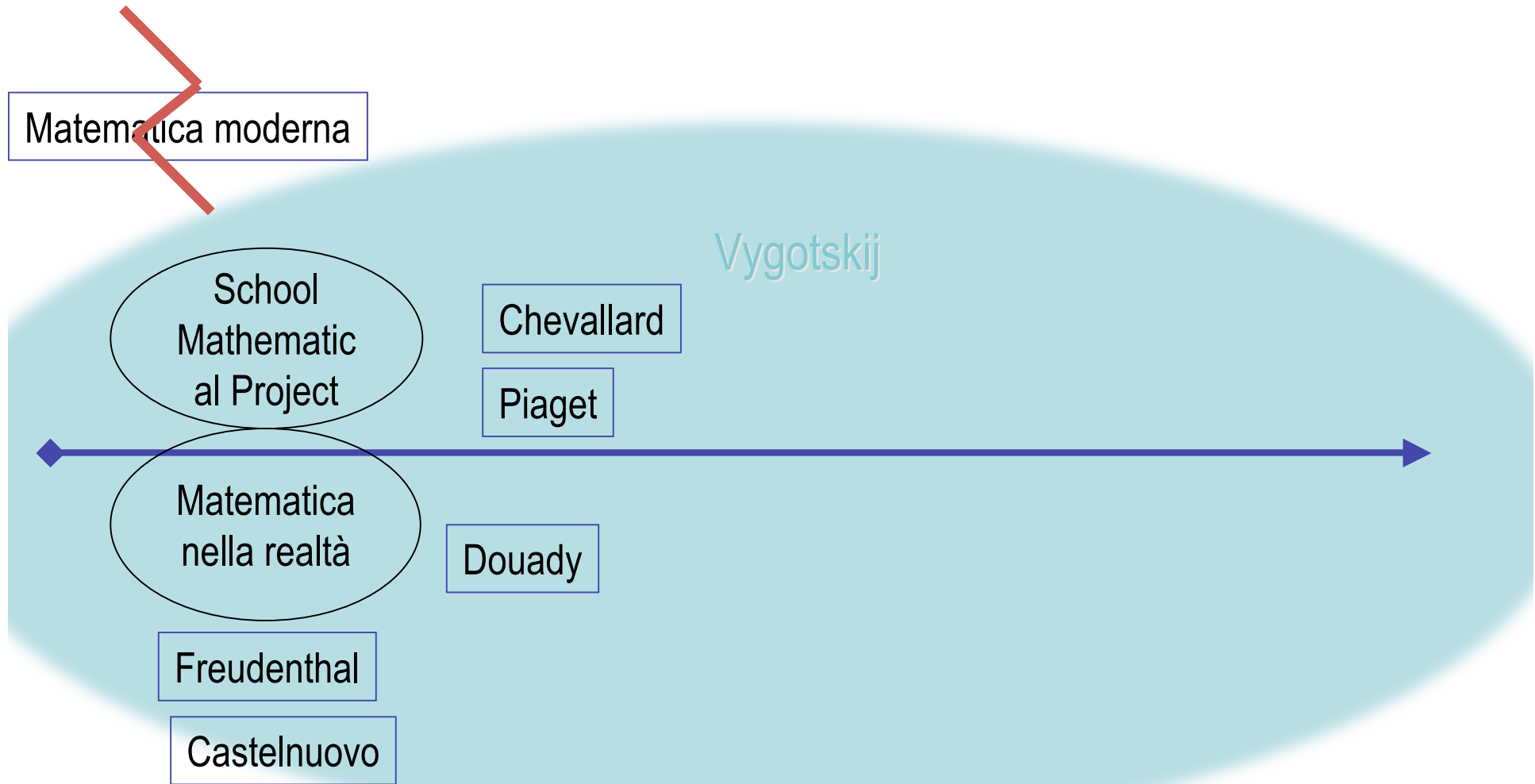
Castelnuovo

*aveva fornito una
sistemazione teorica
soddisfacente (la "**dialectique
outil-objet**") per l'idea che i
contenuti matematici potessero
essere introdotti come insieme
di strumenti per risolvere
problemi, e che tali strumenti
potessero essere poi trattati e
sviluppati come oggetti
culturali*

UNDERSTANDING

RICERCA

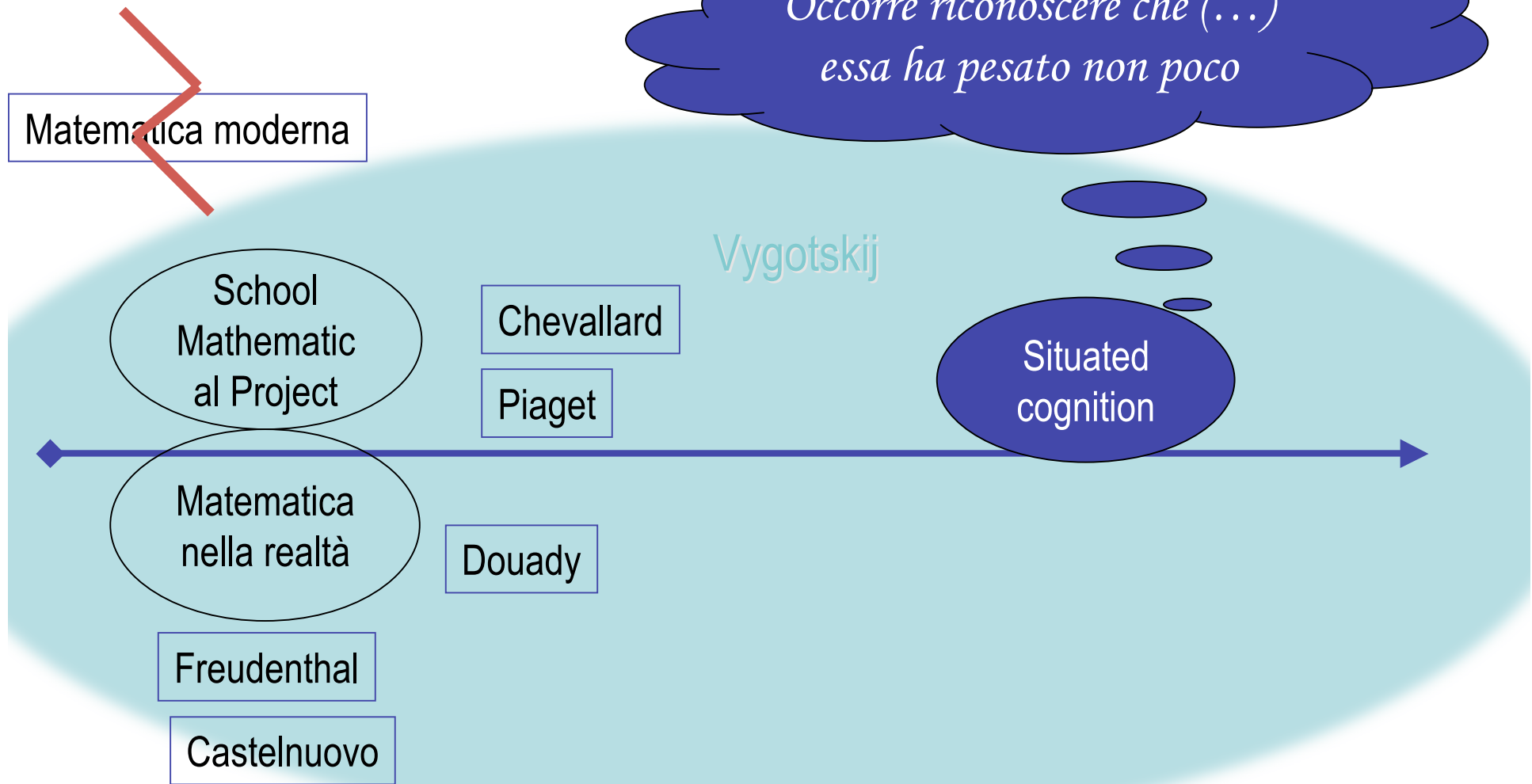
Fase iniziale della ricerca



UNDERSTANDING

RICERCA

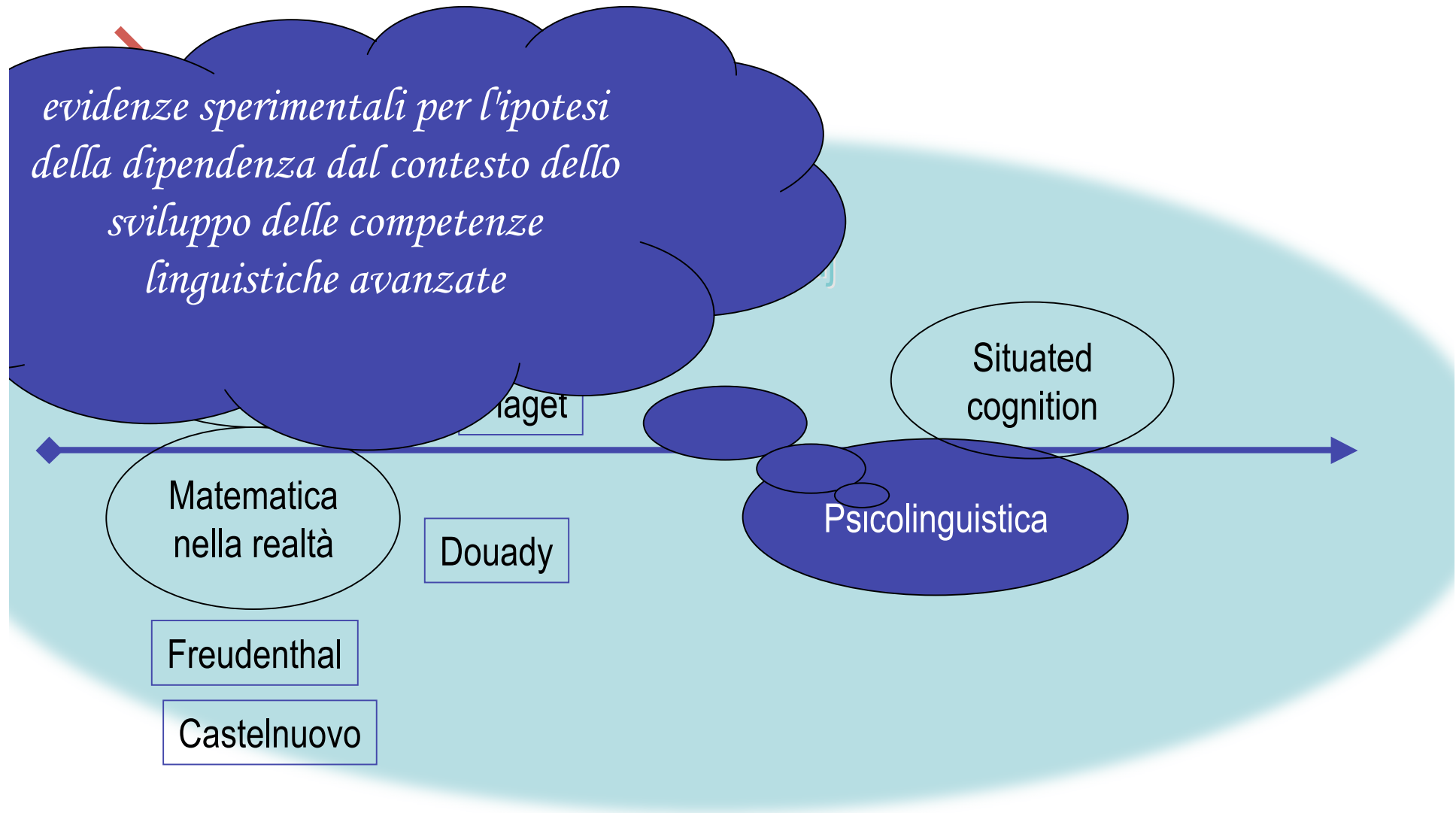
Fase iniziale della ricerca



UNDERSTANDING

COMBINING, INTEGRATING, ..

Fase iniziale della ricerca



COMBINING, INTEGRATING, ..

Fase iniziale della ricerca

la ricerca sul problem solving contestualizzato/non contestualizzato aveva messo in evidenza che problemi nei quali la "situazione problematica" riguarda ambiti di esperienza familiari sono molto più facili da risolvere anche da parte di persone che di solito hanno difficoltà

gotskij

Situated cognition

Psicolinguistica

Problem solving

COMBINING, INTEGRATING, ..

Fase iniziale della ricerca

Matematica moderna

School
Mathematical
Project

Chevallard

Vygotskij

Situated
cognition

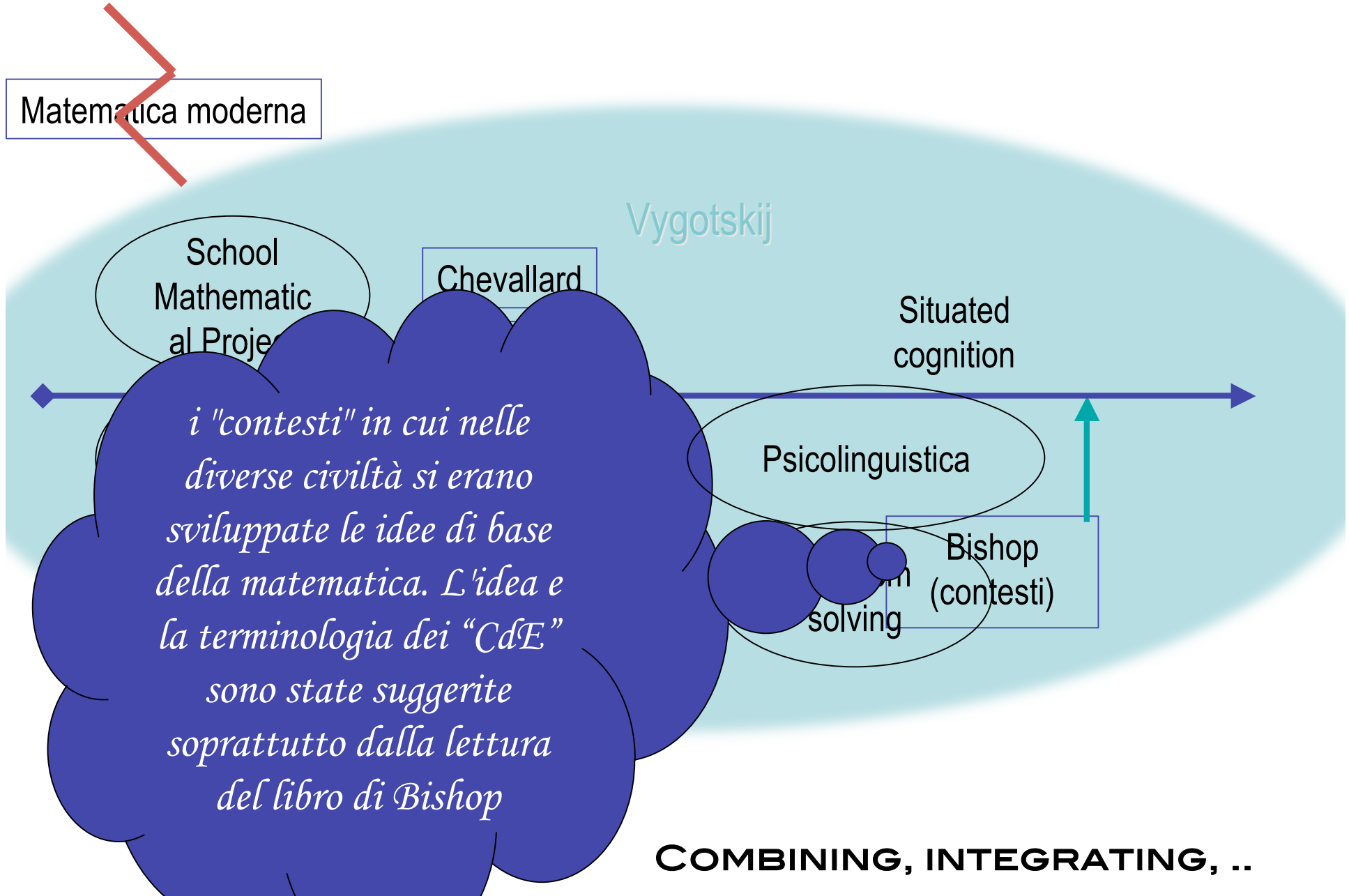
Psicolinguistica

Bishop
(contesti)

problem
solving

*i "contesti" in cui nelle
diverse civiltà si erano
sviluppate le idee di base
della matematica. L'idea e
la terminologia dei "CdE"
sono state suggerite
soprattutto dalla lettura
del libro di Bishop*

COMBINING, INTEGRATING, ..



Fase iniziale della ricerca

Matematica moderna

contatti (...) avevano avuto come risultato una particolare attenzione prestata a "contesti", come quello "delle monete e degli acquisti" e quello "delle ombre del sole", come "luoghi" in cui trovare molteplici occasioni per la costruzione dei diversi "sensi" e alcuni degli "invarianti operatori" (proprietà) dei concetti dell'aritmetica e della geometria elementare

Situated cognition

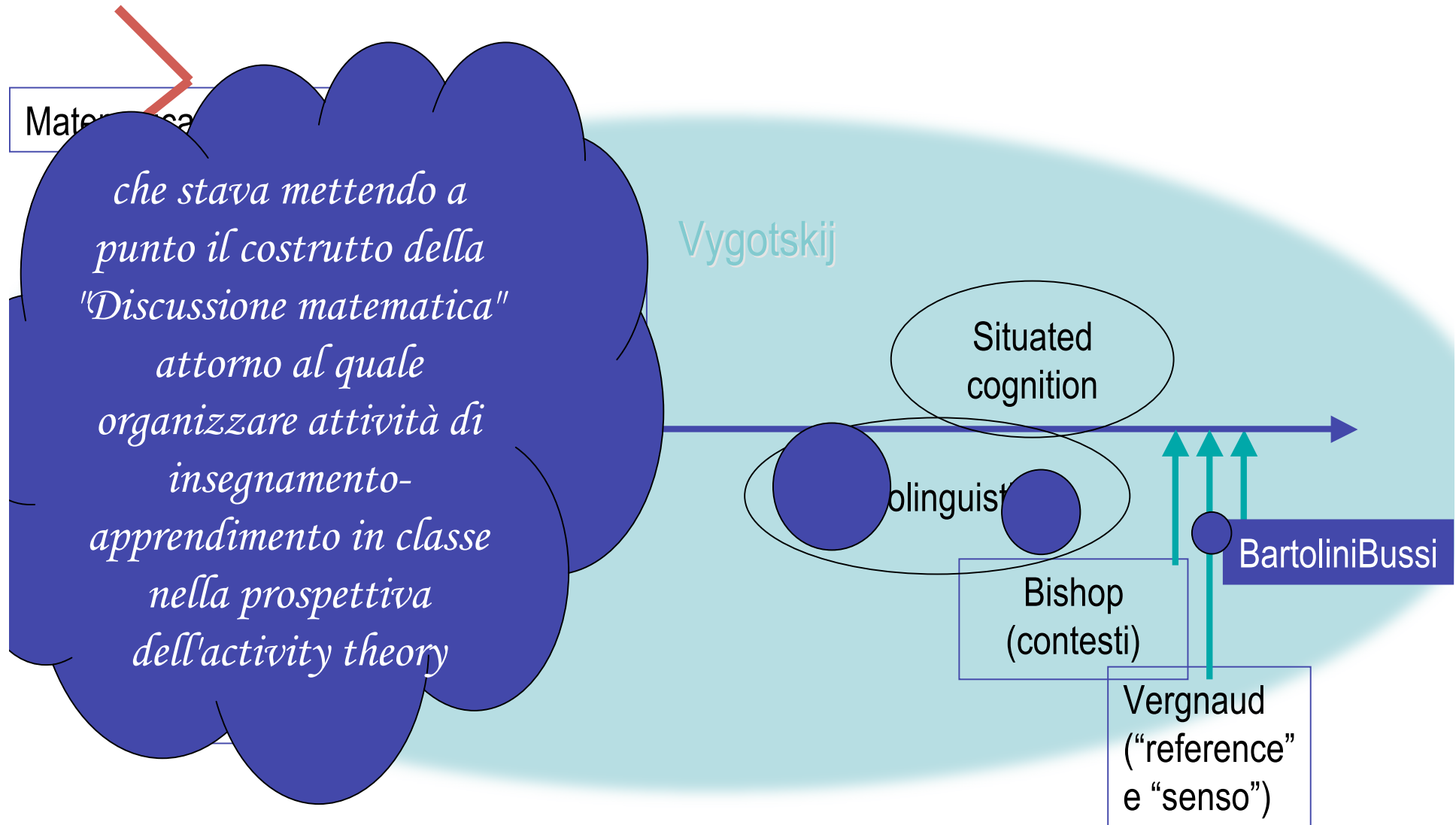
Linguistica

Problem
Bishop
(contesti)

Vergnaud
("reference"
e "senso")

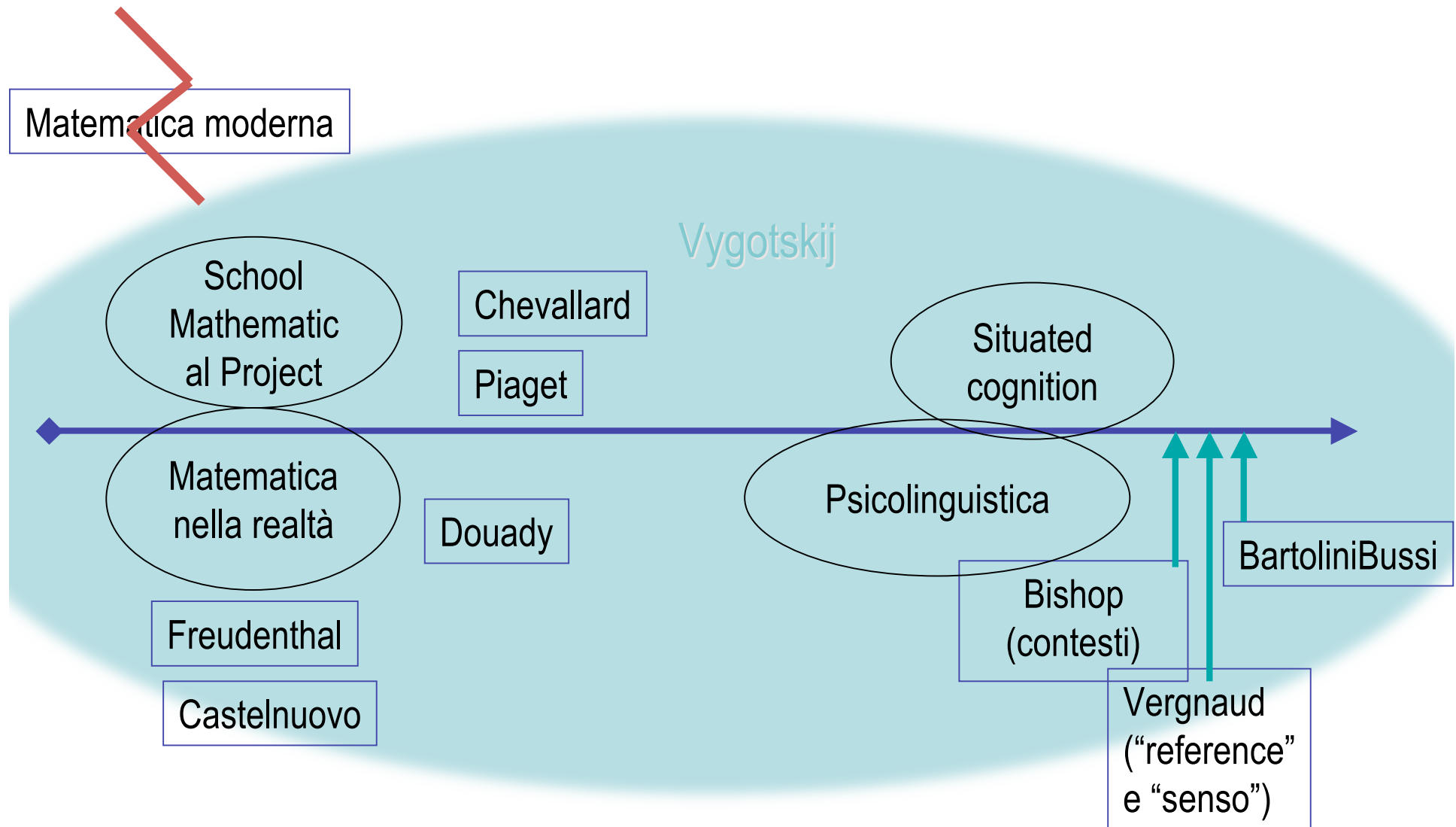
COMBINING, INTEGRATING, ..

Fase iniziale della ricerca



COMBINING, INTEGRATING, ..

Fase iniziale della ricerca



RICERCA

Anni '90

Anni '90

Teoria delle
Situazioni
Didattiche

Bruner

Simon
(Transformational reasoning)

Activity theory

Chevallard

Hatano & Wertsh
(Cultura)

Costruttivismo

Piaget

Situated
cognition

Norman
(modello e artefatto)

RME

Anni '90

Vygotskij

Vergnaud
(concetto)

BartoliniBussi
(discussione
matematica)



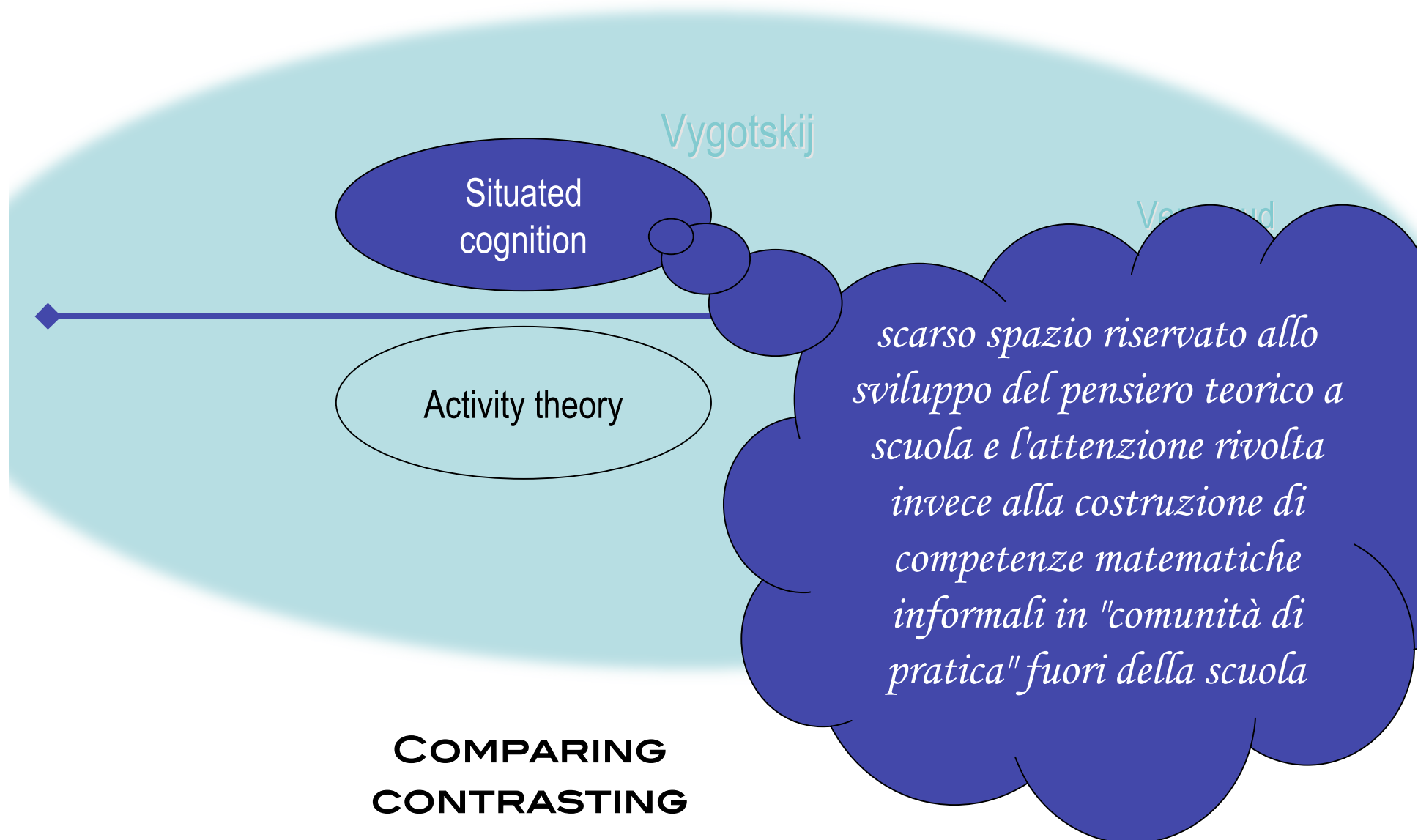
Anni '90

*l'activity theory(es) ci appariva
una **derivazione riduttiva** dal
lavoro di Vygotskij (...)
senza però sviluppare un quadro
teorico del tipo "activity theory"
per le **riserve** che avevamo (e
ancora abbiamo) sul suo **focus**
prevalente sull'**insegnante** e
sull'**interazione sociale**.*

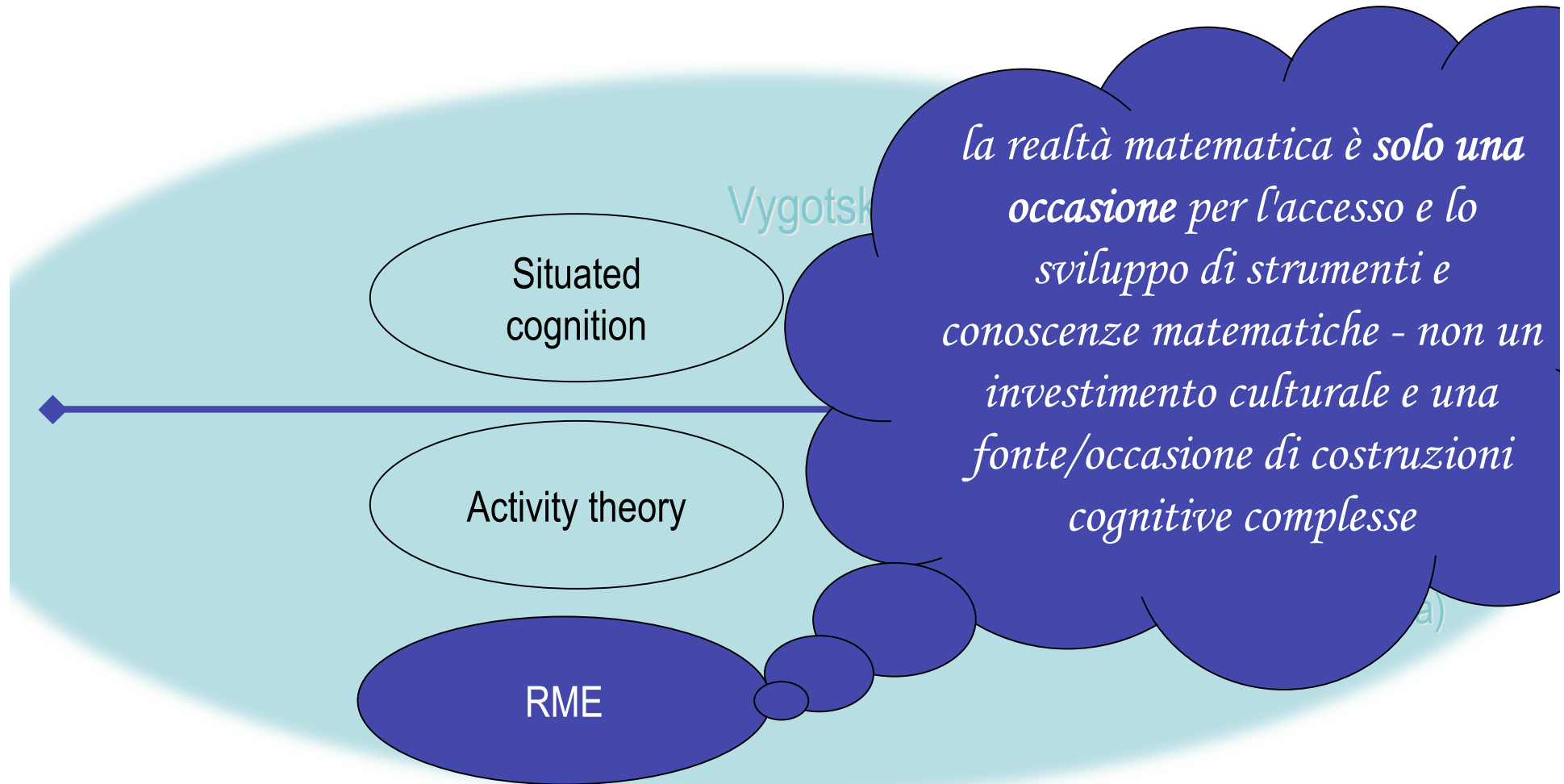
Activity theory

COMPARING
CONTRASTING

Anni '90

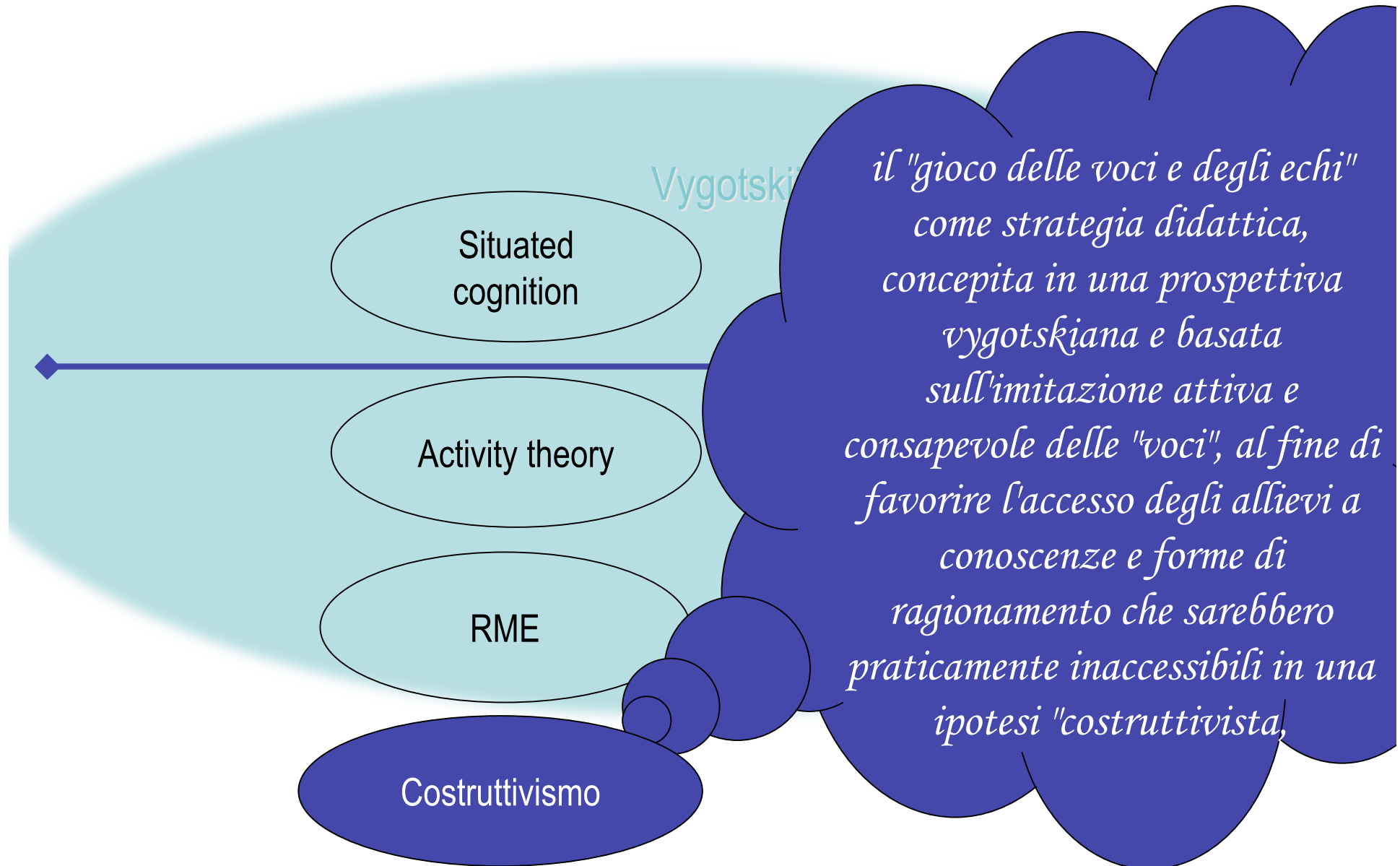


Anni '90



**COMPARING
CONTRASTING**

Anni '90



RICERCA

Anni '90

? Contratto didattico

? Milieu

Teoria delle
Situazioni
Didattiche

Vygotskij

Situated
cognition

Vergnaud
(concetto)

Activity theory

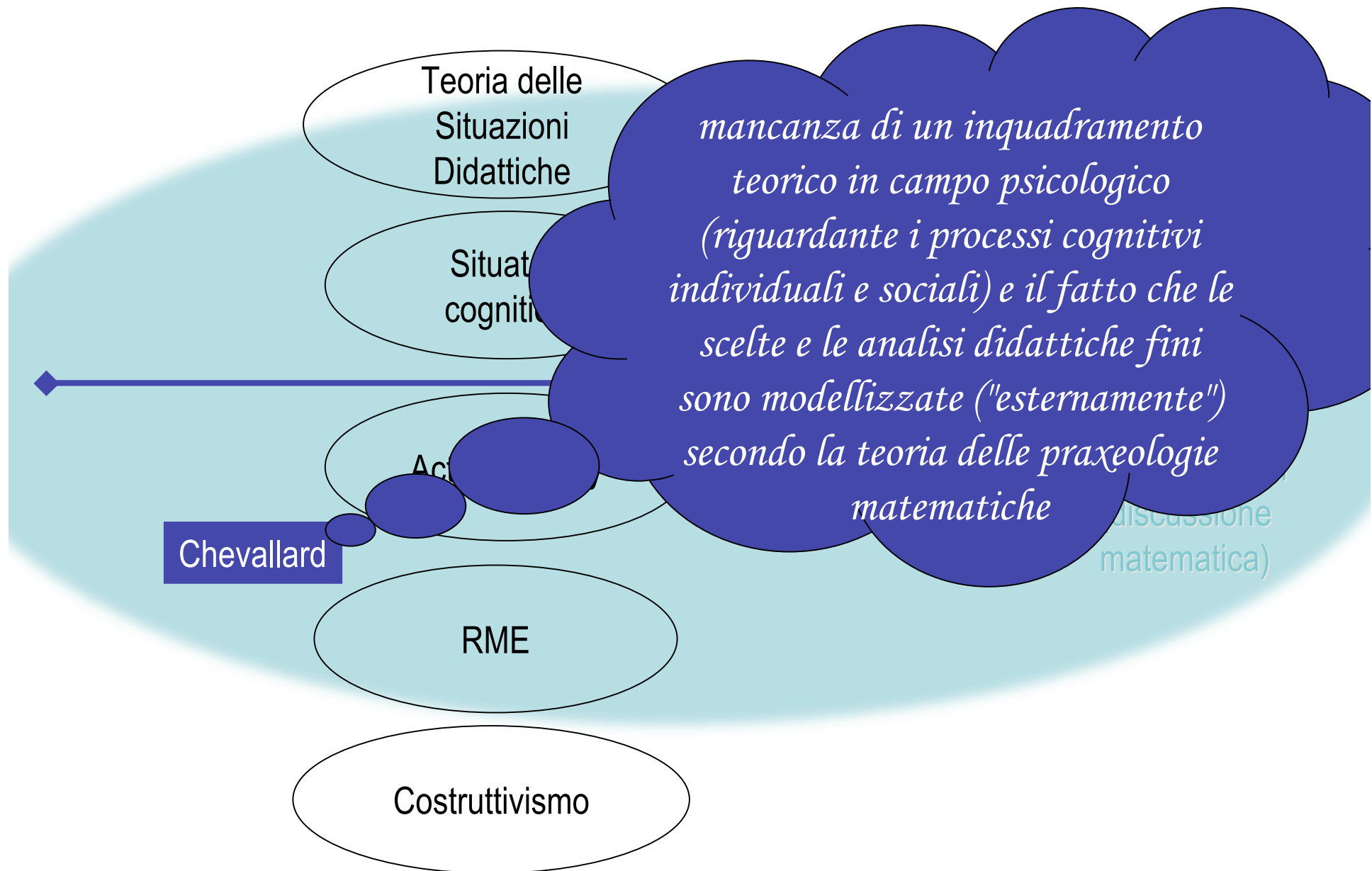
BartoliniBussi
(discussione
matematica)

RME

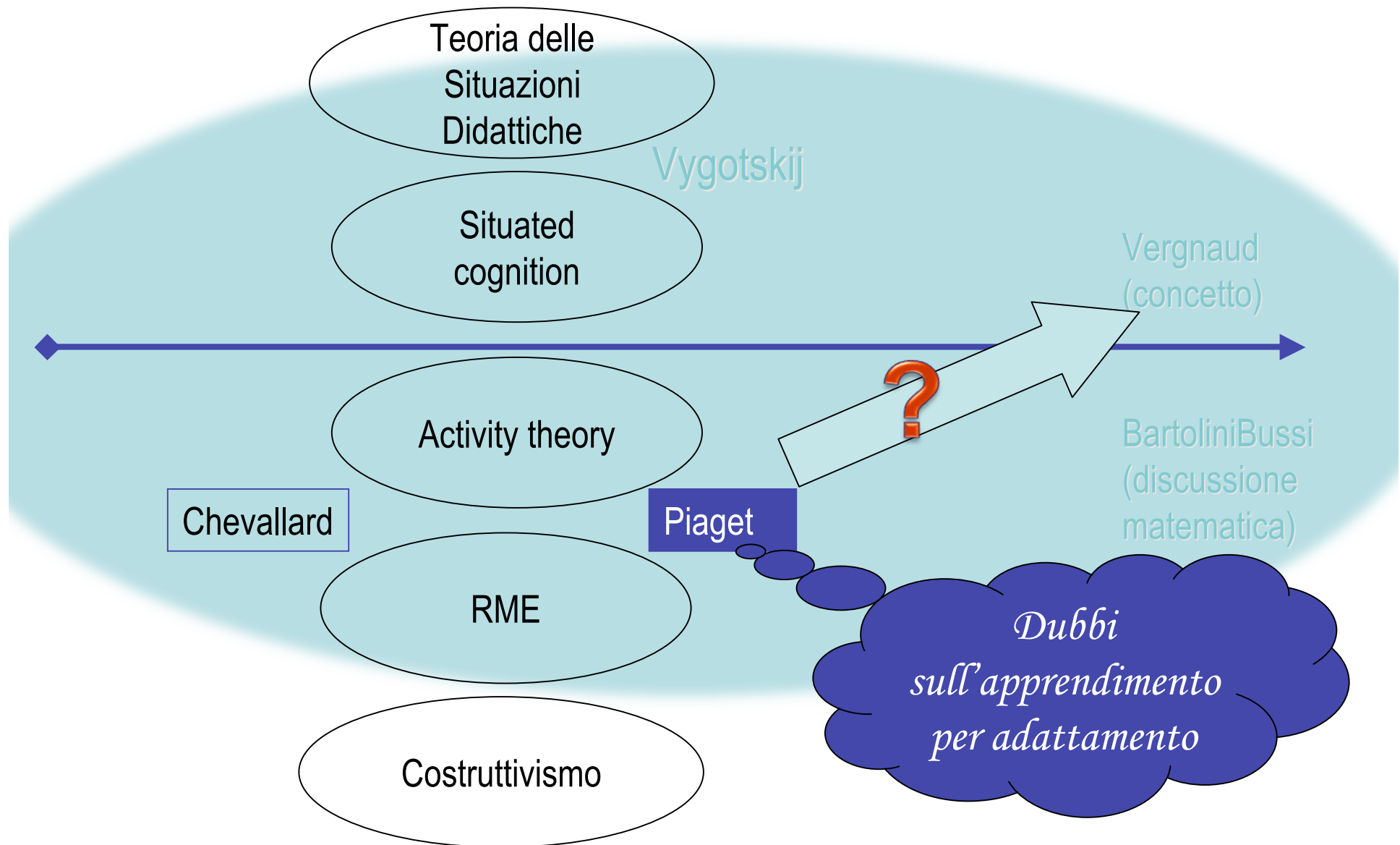
Costruttivismo



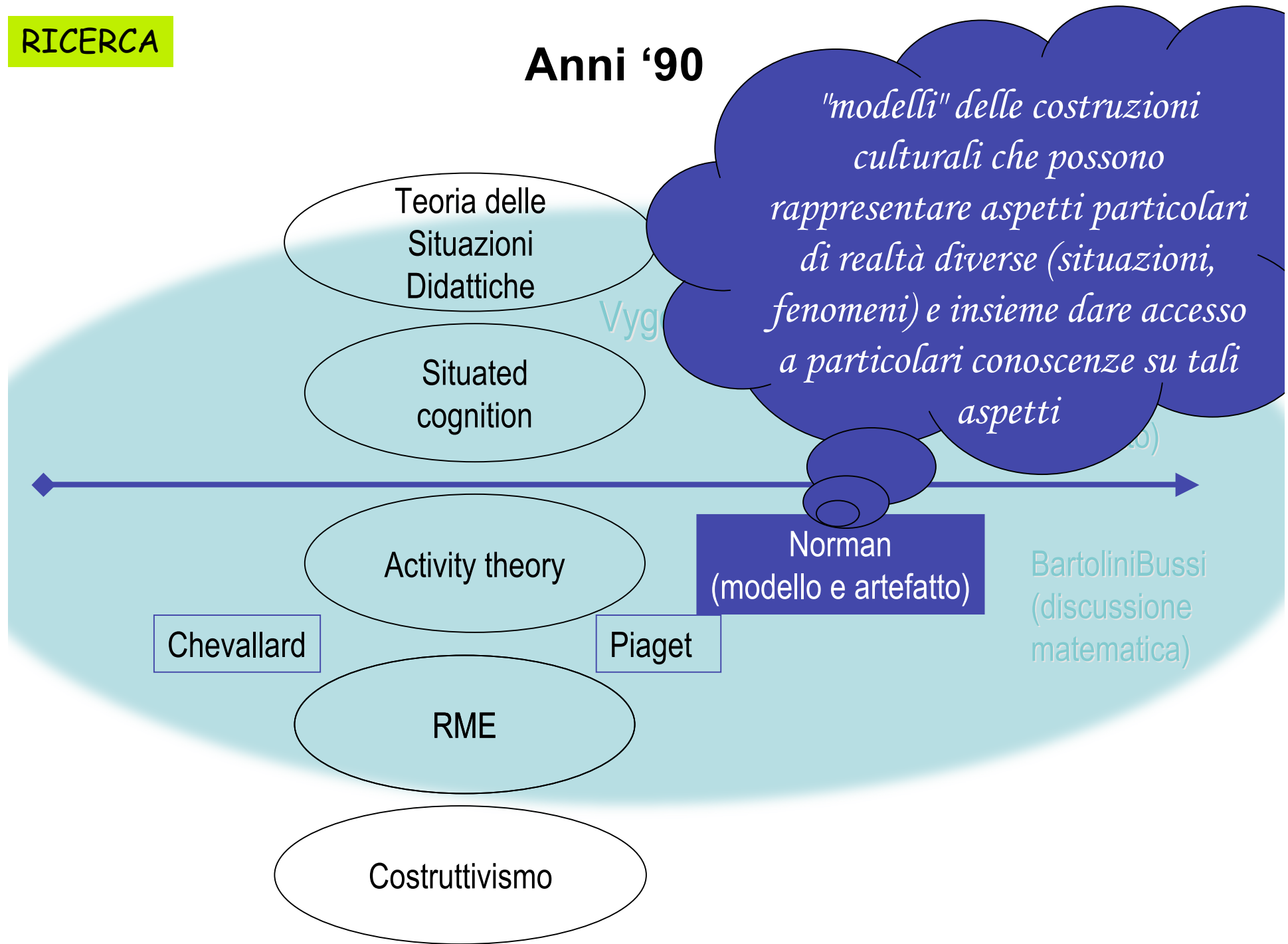
Anni '90



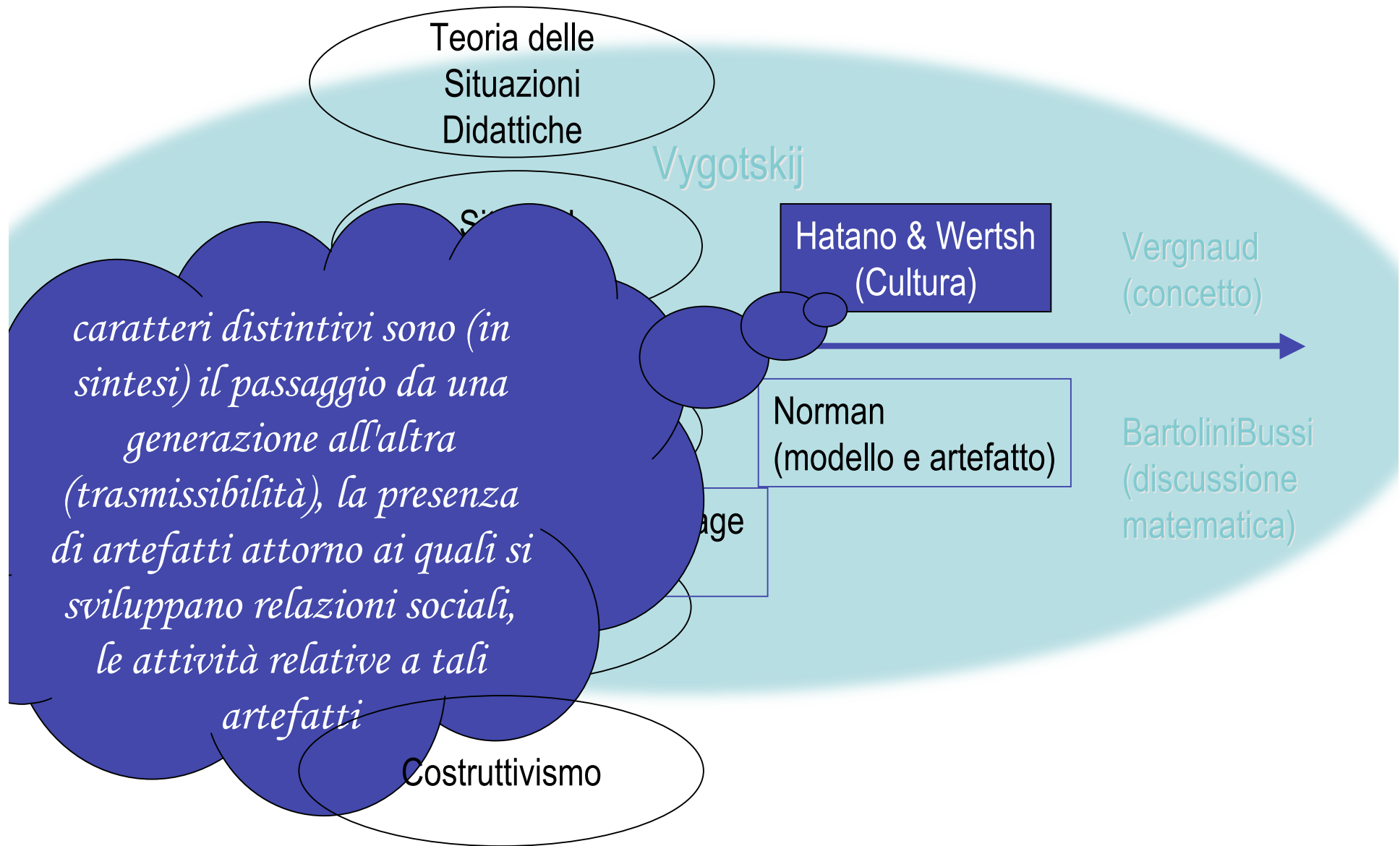
Anni '90



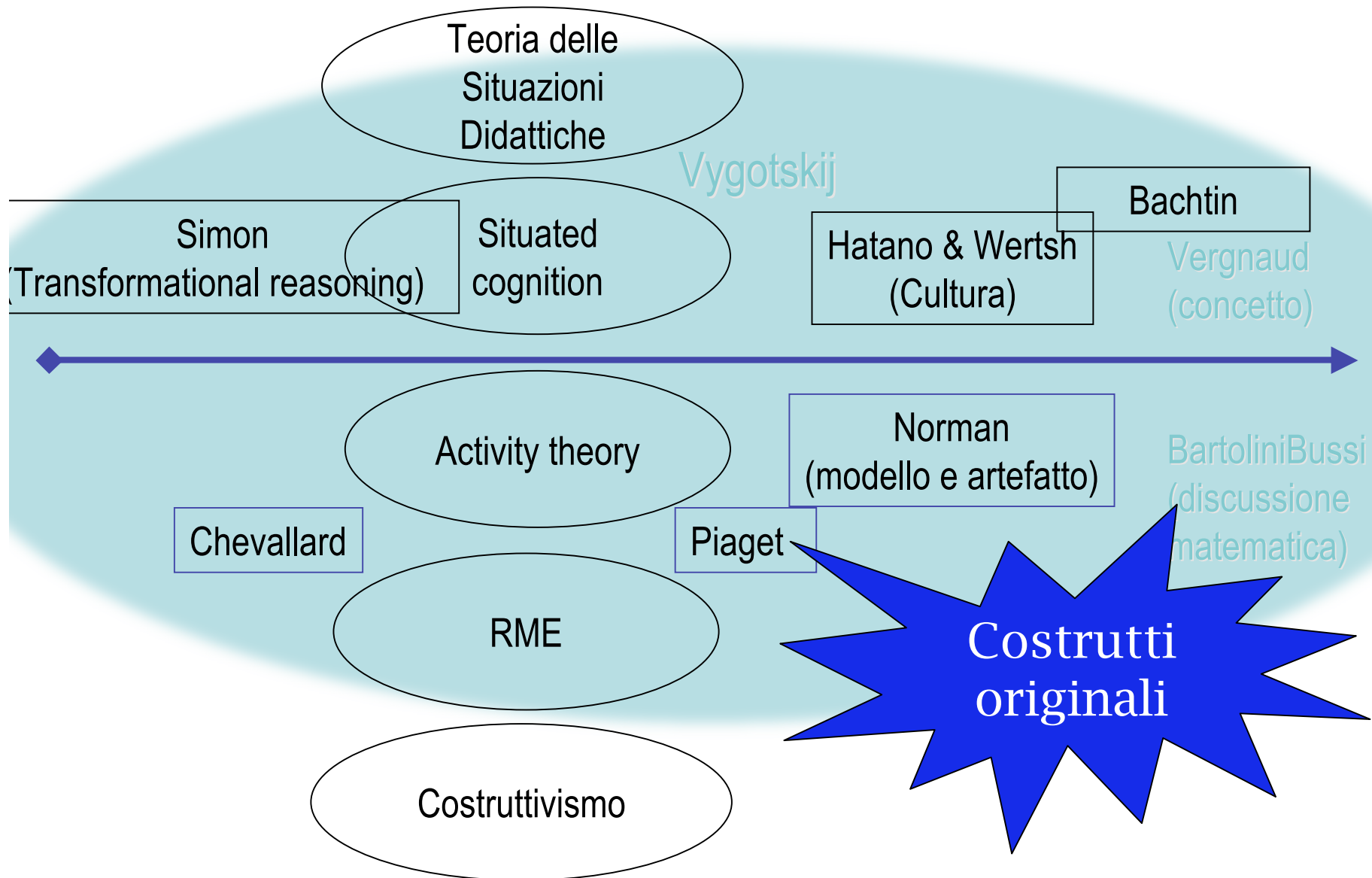
Anni '90



Anni '90



Anni '90



RICERCA

Stato attuale

RICERCA

Stato attuale

Sfard

Bronckart

Vygotskij

Habermas

Vergnaud

Verillon

Toulmin

Bruner

RICERCA

Stato attuale

Brousseau?

Cultura

Vygotskij

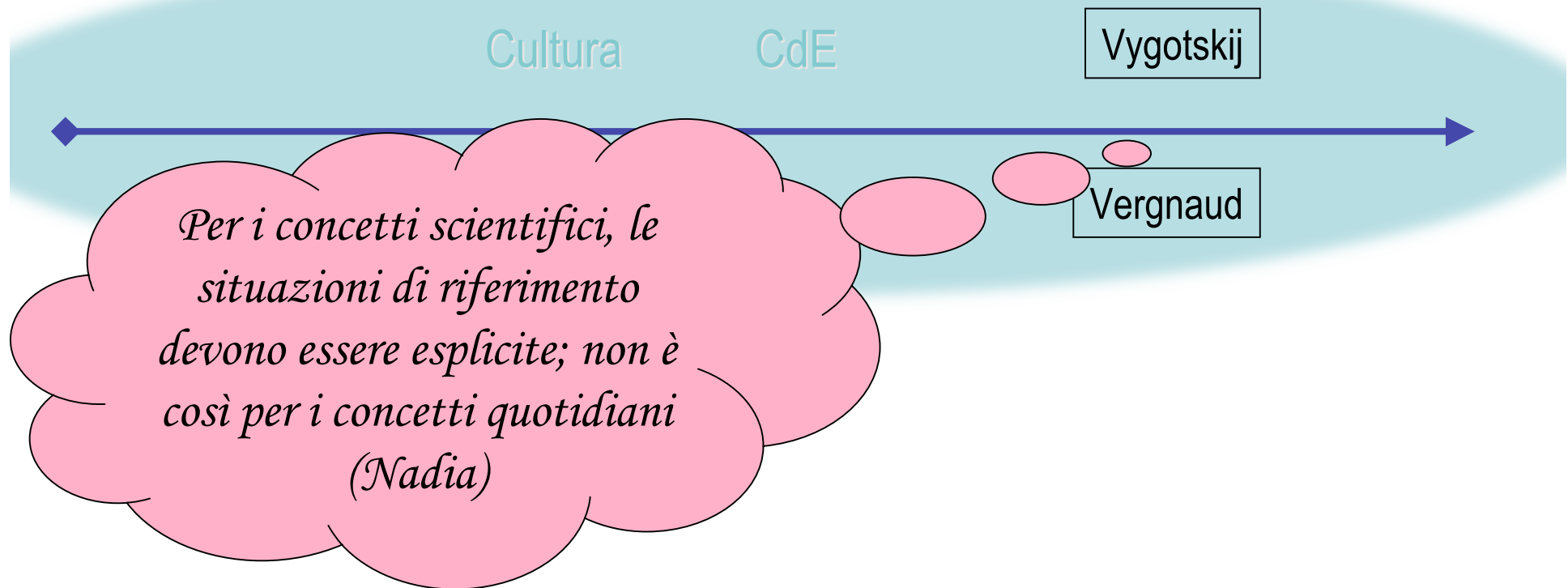
CdE

Bruner

Sfard

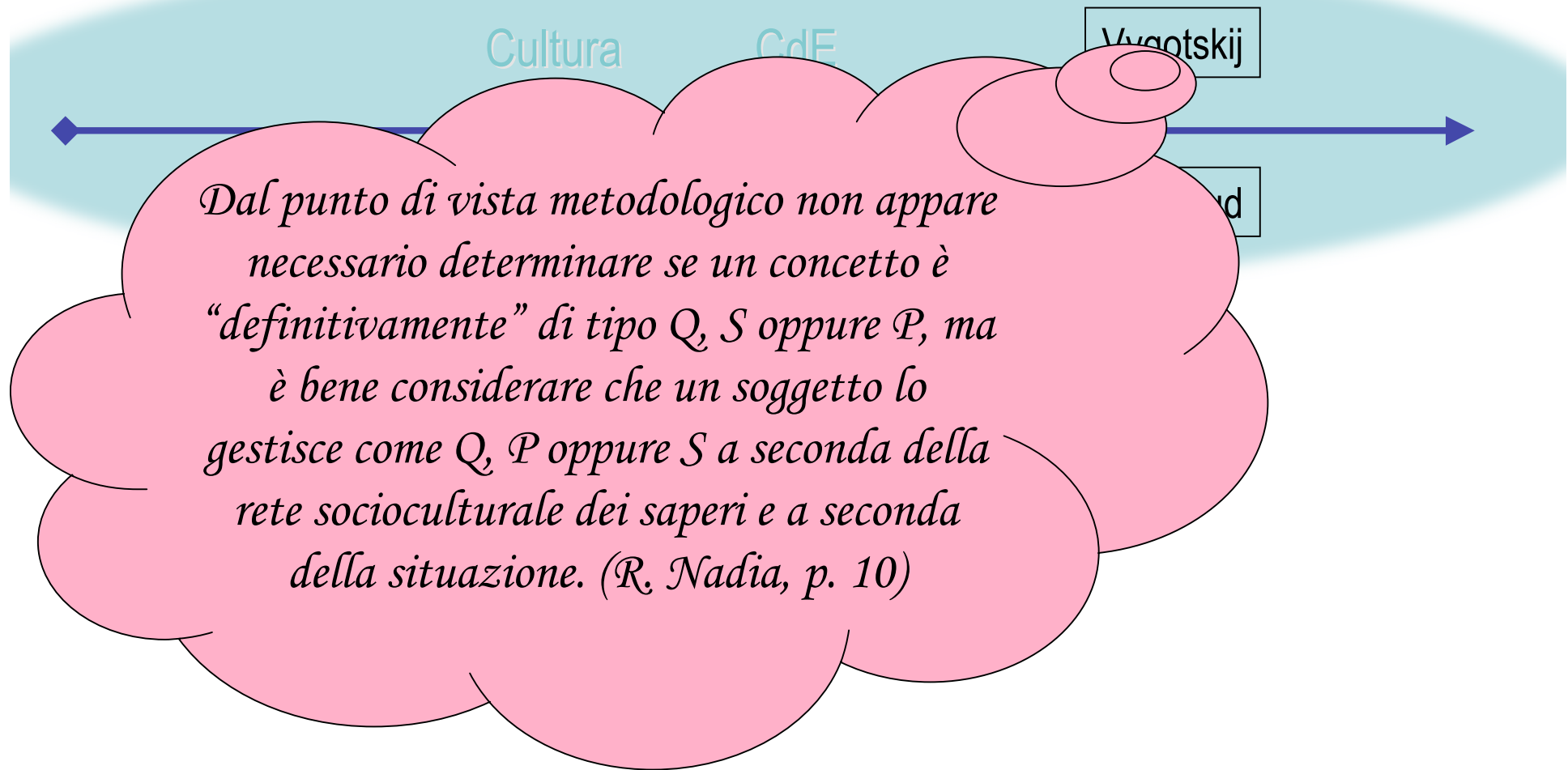
COMPARING
CONTRASTING

Stato attuale

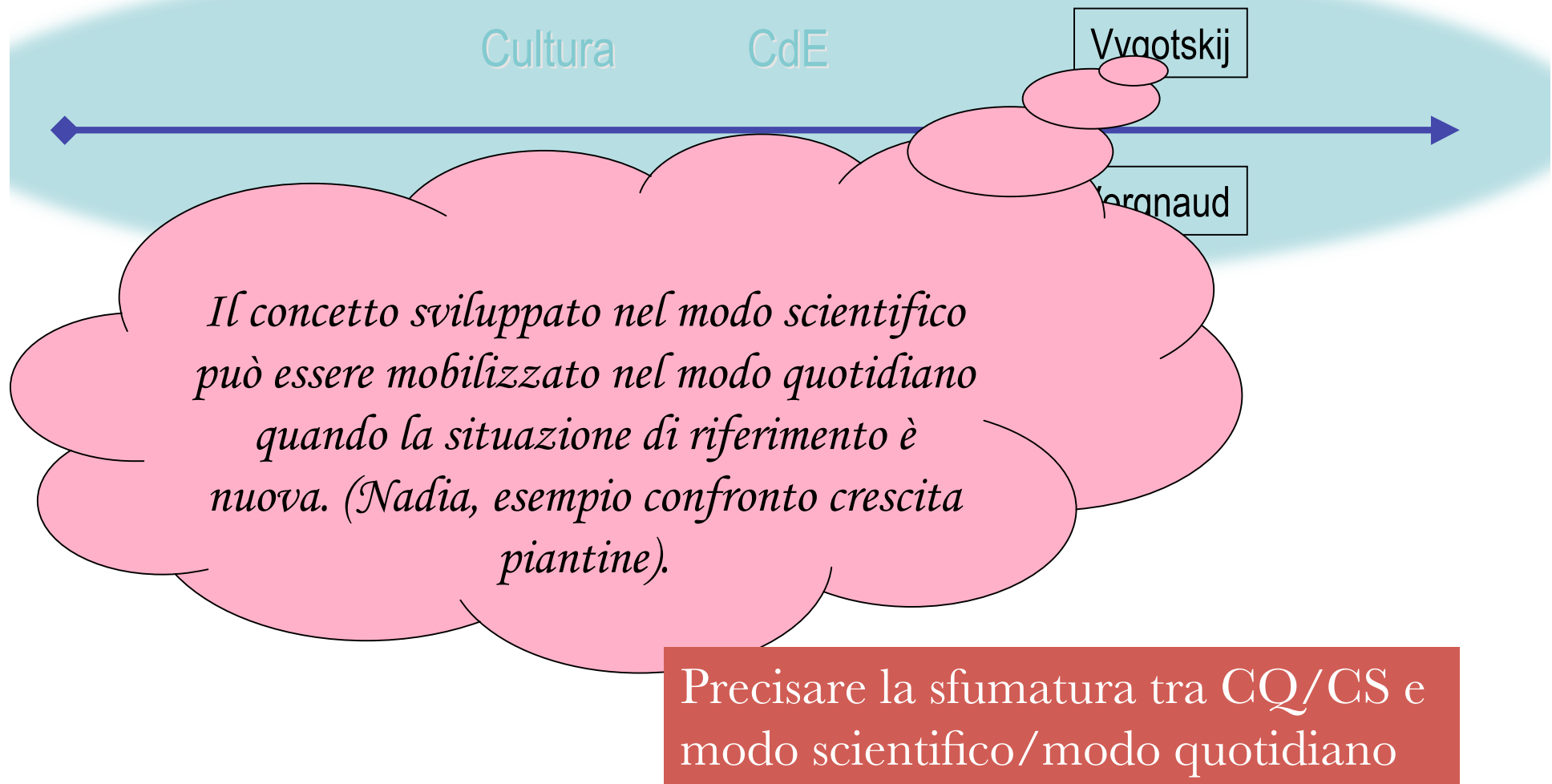


**COMBINING, COORDINATING,
INTEGRATING, SYNTHETISING**

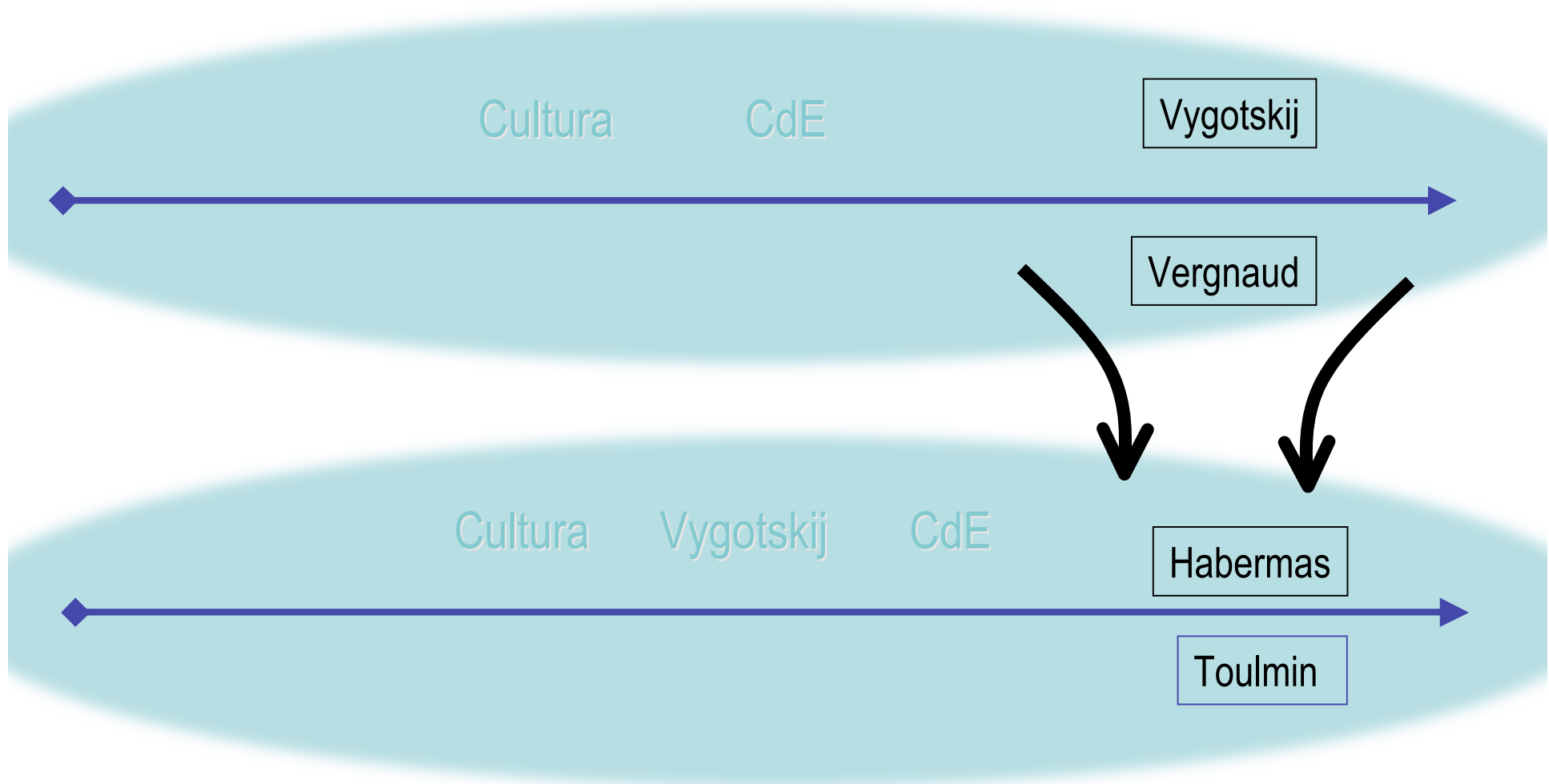
Stato attuale



Stato attuale

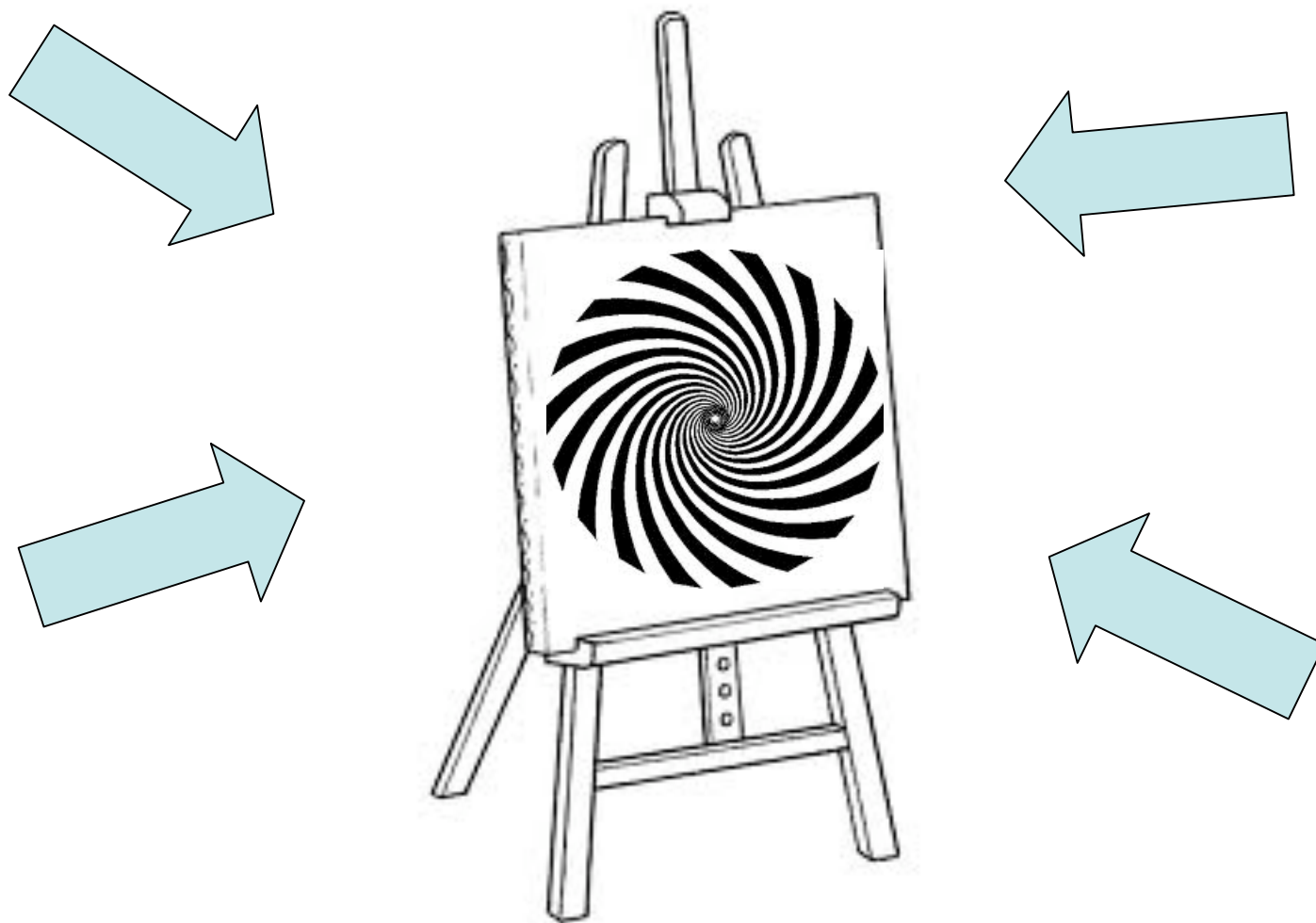


Stato attuale



RICERCA

Ulteriori stimoli dall'esterno



Il ruolo dell'imitazione

Allontanandosi da posizioni costruttiviste, Vygotskij diede una certa importanza all'*imitazione* nello sviluppo dei bambini e nel loro apprendimento :

social experience exerts its effect through imitation; when the child imitates the way adults use tool and objects, she masters the very principle involved in a particular activity (Vytgosky, 1978, pp. 22).

Gli aspetti imitativi sono cruciali nell'apprendistato tradizionale, dove il novizio osserva l'esperto durante il lavoro.

Quale ruolo per tali aspetti nell'attività matematica?



Cognitive apprenticeship

- **Collin, Brown e Newman**, fine degli anni '80
- metodo di insegnamento che prende spunto dall'apprendistato tradizionale di competenze di tipo pratico (botteghe)
- comprende quattro aspetti: *modeling*, *scaffolding*, *fading* e *coaching*

Collins, A., Brown, J.S. & Newman, S.E. (1987). Cognitive apprenticeship: teaching the craft of reading, writing, and mathematics. In L. B. Resnik (Ed.), *Knowing, learning and instruction* (pp. 453-494). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Collins, A., Brown, J.S. & Holum, A. (1991). Cognitive apprenticeship: making thinking visible. *American Educator* 6(11), 38-46.

Cognitive apprenticeship

“In *modeling*, the apprentice observes the master demonstrating how to do different parts of the task. The master makes the target processes visible, often by explicitly showing the apprentice what to do. [...]

***Scaffolding* is the support the master gives** apprentices in carrying out a task. This can range from doing almost the entire task for them to giving occasional hints as to what to do next. *Fading* is the notion of slowly removing the support, giving the apprentice more and more responsibility.

***Coaching* is the thread running through the entire apprenticeship experience. The master coaches the apprentice through a wide range of activities:** choosing tasks, providing hints and scaffolding, evaluating the activities of apprentices and diagnosing the kinds of problems they are having, challenging them and offering encouragement, giving feedback, structuring the ways to do things, working on particular weaknesses. In short, coaching is the process of overseeing the student’s learning” (Collins et al., 1991, p. 39).

Cognitive apprenticeship

Collins et al. hanno adattato questo metodo, fortemente basato sull'**imitazione** e sulle pratiche del **maestro**, all'insegnamento di materie scolastiche come leggere, scrivere e la matematica, che coinvolgono principalmente capacità di pensiero e di ragionamento *non visibili*.

Si tratta quindi di un modello didattico che si pone l'obiettivo di **rendere visibile** il pensiero dell'insegnante agli studenti, e viceversa, degli studenti all'insegnante:

“the focus of the learning-through-guided-experiences is on cognitive and metacognitive, rather than on physical, skills and processes” (Collins et al., 1987, p. 458).

Cognitive apprenticeship

Mason interpreta scaffolding e fading come modi che l'insegnante può usare per “enculturate novices into particular practices”.

In particolare, Mason sottolinea l'importanza dello stimolare gli studenti attraverso *domande* e *meta-domande*, che vengono successivamente (auspicabilmente!) internalizzate:

A teacher repeatedly uses a particular prompt or question with learners, and then begins to use less and less direct prompts or meta-questions such as “What question am I going to ask you?” or “What did you do last time in this sort of a situation?”, until the teacher need only rarely if at all remind learners of the prompt: the prompt has been internalised and become a spontaneous action (Mason, 1991).

Cognitive apprenticeship

Il ruolo della verbalizzazione e dell'interazione verbale è fondamentale, per incoraggiare gli studenti a meglio “articolare” e “rendere visibile” il loro pensiero (Collins et al., 1991).

Questo aspetto ci sembra un punto di contatto importante con gli approcci Vygotskiani.

Un possibile punto di contatto:

Gioco voci-eco internalizzati --> fading?

L'analisi semiotica

linguaggio naturale

**Organizzazione
del pensiero**

➤ **metodologie didattiche**

gioco voci-eco, verifica argomentativa,
prestamano, ...

➤ **strumenti di indagine**

registrazioni audio, interviste, ...

matematica

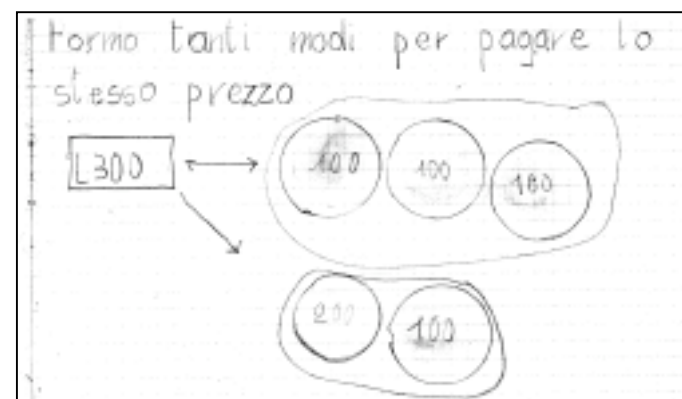
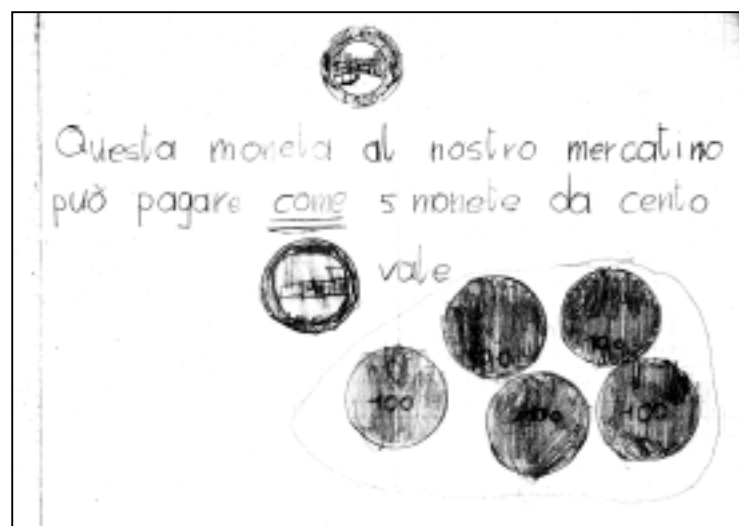
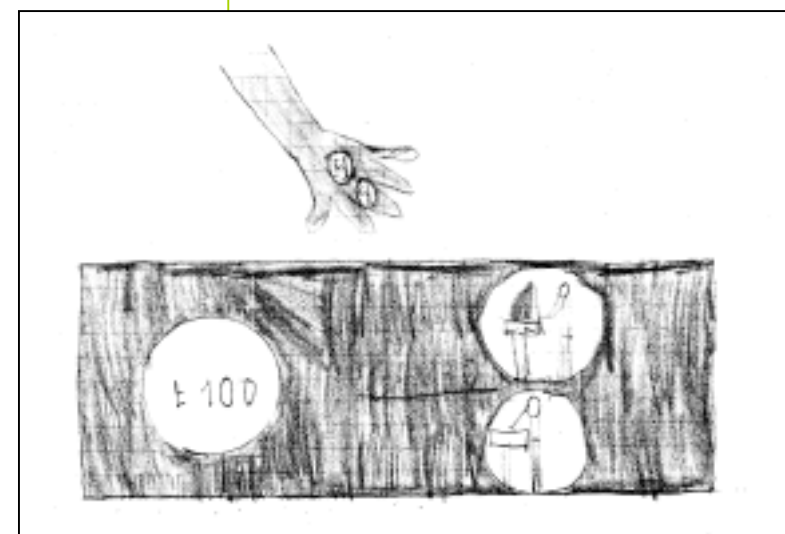
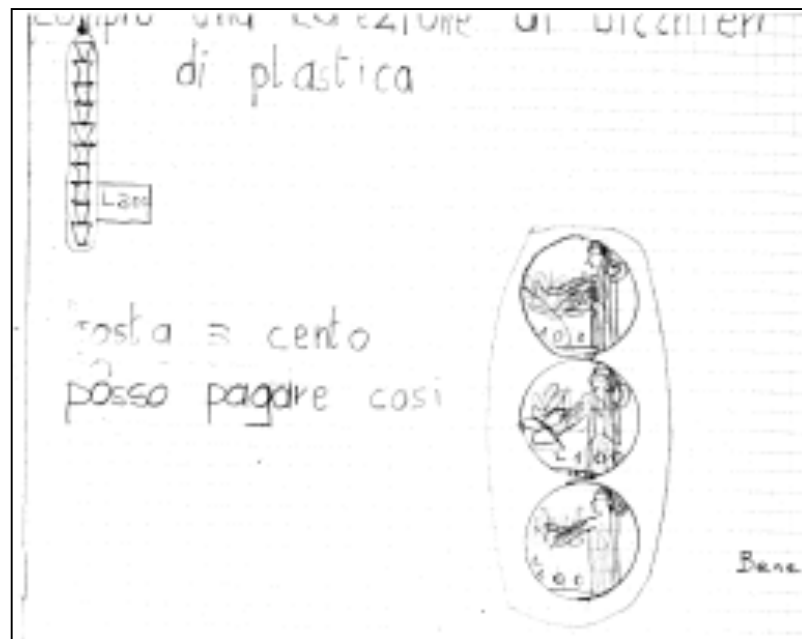
L'analisi semiotica

Peirce identifica nel “*ragionamento diagrammatico*” un contributo importante al pensiero deduttivo:


“all deductive reasoning, even simple syllogism, involves an element of observation; namely, deduction consists in constructing an icon or diagram the relations of whose parts shall present a complete analogy with those of the parts of the object of reasoning, of experimenting upon this image in the imagination, and of observing the result so as to discover unnoticed and hidden relations among the parts”

(Peirce, C.P. 3.363)



L'analisi semiotica



RICERCA

COMPRA	COSTA	PAGA CON
	<div>300</div>	<div>1° moneta</div> <div>L50 L50 L100 L100</div> <div>2° moneta</div> <div>L200 L50 L50</div>

Anna ha comprato 2 cose:
 1 gomma da **200** lire e 1 matita
 da **200** lire.
 Quanti soldi ha dato?

compria	costa	paga con	in tutto dà
	200	<div>L100 L100</div>	$200 + 200$ fa 400
	200	<div>L100 L100</div>	

Anna ha dato in tutto 400 lire

L'analisi semiotica

diagrammi

linguaggio naturale

Grafici

Simboli algebrici

Figure

Gesti

Disegni

...

**Organizzazione
del pensiero**

matematica

L'analisi semiotica

Segni (Peirce)

Registri di
rappresentazione (Duval)

Semiotic Bundle
(Arzarello)

Ges

...

...

**Organizzazione
del pensiero**

Rappresentazioni di un
concetto (Vergnaud)

strumenti psicologici
(Vygotskij)

- L'impianto teorico può essere cambiato per combinare/coordinare/integrare/... la presa in considerazione di elementi semiotici?
- Quale approccio semiotico darebbe meno problemi di coerenza interna?

La questione della motivazione

I CdE sono considerati sotto tre punti di vista:

- Contesto Interno studenti
- Contesto Interno insegnante
- Contesto Esterno

In essi, un ruolo di primo piano è giocato da ***criteri epistemologici e culturali***.

Il bambino, con la sua soggettività, non è al centro della questione.

La **motivazione** ci sembra possa giocare un ruolo importante nel Contesto Interno dei bambini.

La questione della motivazione

En ce qui concerne la 'motivation' de l'élève, l'approche des domaines d'expérience se justifie par le fait que celui-ci a généralement le désir de s'insérer dans la culture qui a valeur de référence pour lui. La 'motivation' des élèves dépend en partie de l'ancrage des concepts développés dans le cadre scolaire aux constructions issues des cultures de référence de l'apprenant, et de la conscience de ce rapport (Carrefours, 2008)

La questione della motivazione

Un punto di vista interessante è offerto dalla discussione (e critica) di **Margaret Donaldson**, degli esperimenti di Piaget sul ragionamento infantile.



La questione della motivazione

concretezza/ astrattezza:

Discutendo del test delle tre montagne di Piaget:

"Perciò il compito delle «montagne» è astratto, in un senso psicologico molto importante: nel senso che è lontano da tutti gli scopi, i sentimenti e gli sforzi umani fondamentali. Ha un sangue totalmente freddo."



La questione della motivazione

Se si considera che un compito può essere motivante perchè è vicino a “gli scopi, i sentimenti e gli sforzi umani fondamentali” del bambino...

...come si possono confrontare i CdE con questa prospettiva?

Es: CdE delle ombre del sole

Piano della relazione

- Ricerca
- **Formazione insegnanti**

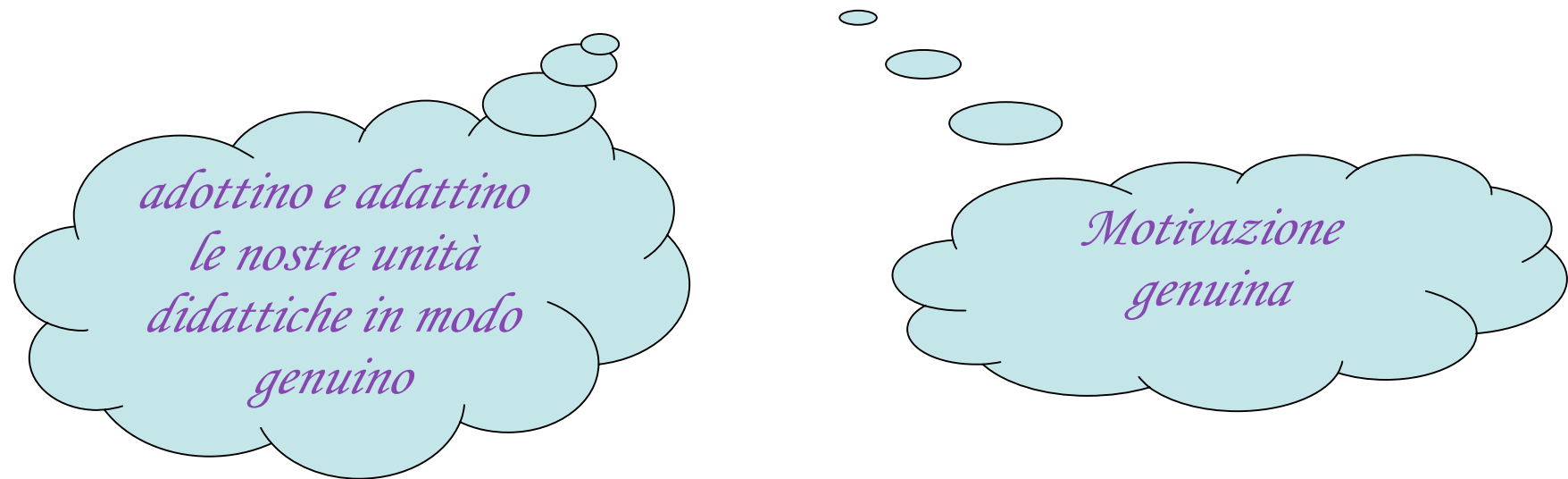
Sulla formazione degli insegnanti

- Come reinvestire le idee e le proposte dei campi di esperienza nella formazione degli insegnanti?
- Quali sono i presupposti e gli elementi irrinunciabili?

Prendendo ad esempio gli studenti di SFP


- con gravi lacune sul piano epistemologico, che è il pd partenza dell'impianto dell'avvio al pensiero teorico con i campi di esperienza...
- che hanno come supporti i libri di testo fatti in un certo modo...
- che si scontreranno con una realtà scolastica sempre più difficile...
- ...

Diffusione e ricadute



- Cosa vuol dire “genuino”?
- Quali ‘processi’ per adottare e adattare le unità?

Le unità didattiche



*Le implementazioni didattiche del lavoro
di ricerca nei campi di esperienza si
trovano nelle unità di diversi progetti*

Le unità didattiche



Le unità didattiche



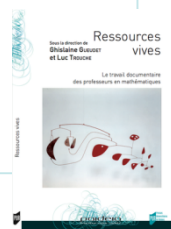
Le unità didattiche

Risorse

Le unità didattiche Risorse

*Tutto ciò che può alimentare/rinnovare
il lavoro dei professori*

Gueudet, G. & Trouche, L. (Eds.) (2010), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Collection Paideia, Presses Universitaires de Rennes et INRP



Le unità didattiche

Risorse

Schemi di

utilizzo

Le unità didattiche

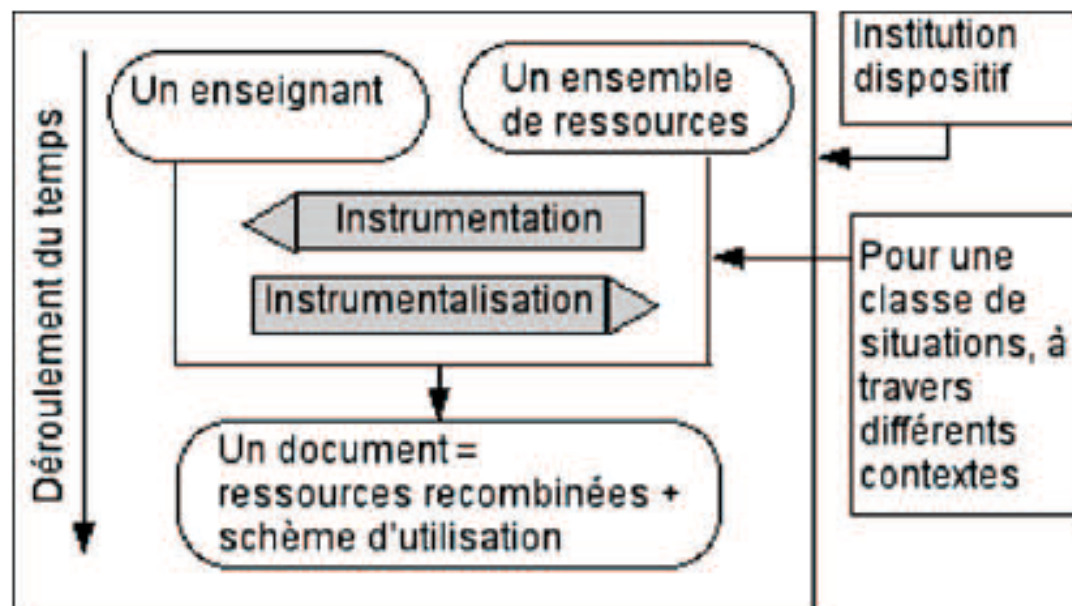
Risorse

**Schemi di
utilizzo**

Documento

Il “lavoro documentario” del professore

Contesto interno insegnante

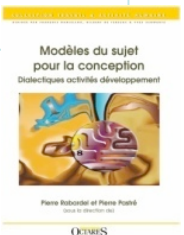


Le unità didattiche

Chi le ha concepite e
costruite

Chi le usa in
classe

Rabardel P. & Pastré P. (Eds.) (2005). *Modèles du sujet pour la conception. Dialectiques activités développement*, Toulouse: Octarès,



Le unità didattiche

- Che cosa fare?

Promuovere e sostenere il processo di genesi documentaria. Come?

- Ritornare sulle risorse? Come caratterizzare le risorse?
Cosa mettere?

Le unità didattiche

Prospettiva CdE

Costrutto DCdE

Le unità didattiche

Cultura

Prospettiva CdE

Costrutto DCdE

....---> produzione individuale (o in piccoli gruppi) assistita, se necessario, dall'insegnante con il "prestamano" o altre tecniche ---> discussione in classe, guidata dall'insegnante, di prodotti selezionati dall'insegnante -- --> sintesi provvisoria delle conclusioni raggiunte, individuale o mediata dall'insegnante ----> ... (p.8)

Cicli didattici

Cultura

Prospettiva CdE

Ciclo Didattico



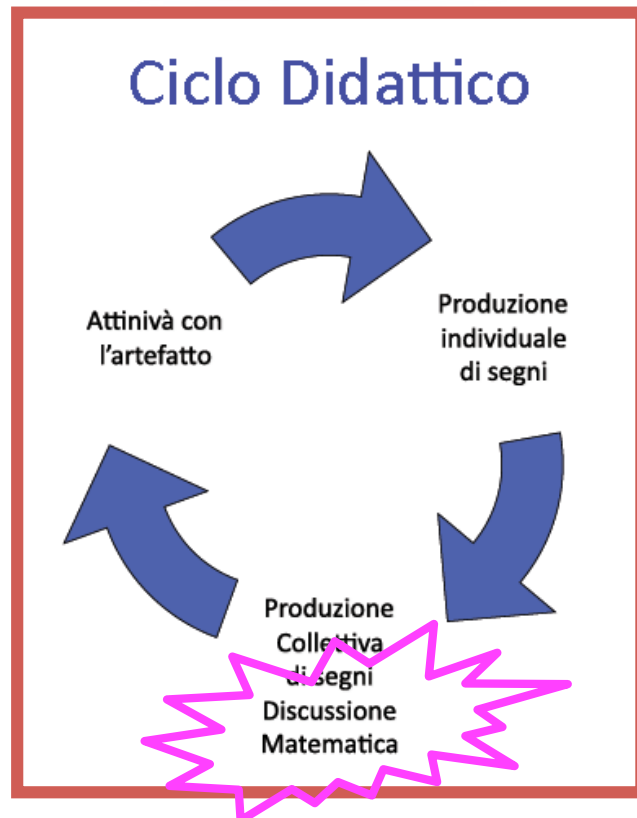
Costrutto DCdE

....---> produzione individuale (o in piccoli gruppi) assistita, se necessario, dall'insegnante con il "prestamano" o altre tecniche ---> discussione in classe, guidata dall'insegnante, di prodotti selezionati dall'insegnante -- --> sintesi provvisoria delle conclusioni raggiunte, individuale o mediata dall'insegnante ----> ... (p.8)

Cicli didattici

Cultura

Prospettiva CdE



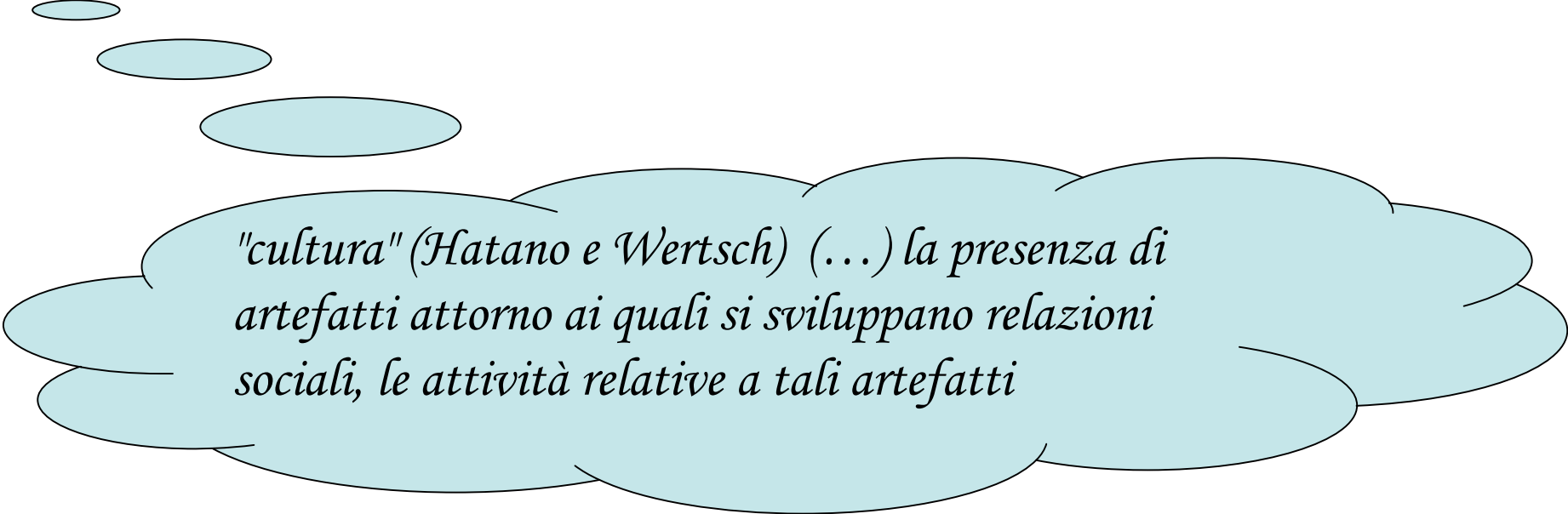
Costrutto DCdE

....---> *produzione individuale (o in piccoli gruppi) assistita, se necessario, dall'insegnante con il "prestanmano" o altre tecniche* ---> *discussione in classe, guidata dall'insegnante, di prodotti selezionati dall'insegnante* --> *sintesi provvisoria delle conclusioni raggiunte, individuale o mediata dall'insegnante* ---->

Cicli didattici

Dal confronto tra i due cicli:

- Nella DCdE il primo tipo di attività è una produzione individuale. Quando può essere a piccolo gruppo?
- Se e come sono presi in conto gli artefatti?
- E le nuove tecnologie?



"cultura" (Hatano e Wertsch) (...) la presenza di artefatti attorno ai quali si sviluppano relazioni sociali, le attività relative a tali artefatti

Il problema della valutazione

Un problema sentito dai docenti è quello della valutazione:
Come si pone la valutazione, all'interno della prospettiva
delineata, tenendo conto dei vincoli istituzionali scolastici?

Una proposta confrontabile:

Radford, L. & Demers, S. (2006). *Comunicazione e apprendimento.
Riferimenti concettuali e pratici per le ore di matematica*. Bologna:
Pitagora Editrice. (Versione originale in francese all'indirizzo:
<http://laurentian.ca/educ/lradford>)

- Caratteristiche “buone attività”
- Ruolo insegnante
- Griglia valutativa



Pennac e il sapere