

Dalla definizione di competenza matematica ai profili cognitivi e affettivi
Il difficile equilibrio tra ricerca di una definizione teorica dei costrutti e sviluppo di
strumenti di osservazione e intervento

Il costrutto di *discalculia/MLD* in ambito educativo

Anna Baccaglini-Frank, Pietro Di Martino, Mirko Maracci



1

Il termine «dyscalculia»

Rechenschwache
(dyscalculia)

Etichetta per identificare bambini
con prestazioni basse in un test sul
calcolo aritmetico.
Usato da Paul Ranschburg in uno
studio del 1916

Avere *discalculia* è sinonimo di avere
«basse prestazioni su un test di calcolo aritmetico»,
ma è anche sottintesa un'attribuzione di causalità di questo
comportamento a una condizione clinica,
...implicitamente, un attributo (invariante) della persona.



2

Terminologia correlata

- Developmental dyscalculia → discalculia evolutiva
- Specific Learning Disorder (in mathematics) → Disturbo Specifico dell'Apprendimento (in matematica)



- Mathematical learning disability
- Mathematical learning disorder
- Mathematical learning difficulty



3

Specific Learning Disorder

(nel Manuale Diagnostico e Statistico dei Disturbi Mentali
(DSM V))

Un disturbo dello sviluppo che inizia in età scolare, ma che potrebbe essere riconosciuto soltanto successivamente. Il disturbo coinvolge difficoltà nell'apprendere le abilità (skills) accademiche di base, quali lettura, scrittura, matematica, fondamentali per l'apprendimento di altre materie.

Se non trattato adeguatamente può causare difficoltà durante l'intero corso di vita di un individuo, quali prestazioni accademiche più basse, minore autostima, maggiore probabilità di abbandono scolastico, maggiore stress psicologico, minore benessere mentale, e maggiore probabilità di disoccupazione.

(APA, 2013)



4

Specific Learning Disorder

(nel Manuale Diagnostico e Statistico dei Disturbi Mentali (DSM V))

Un disturbo dello sviluppo potrebbe essere un disturbo che coinvolge le abilità accademiche di base (ad esempio, lettura, matematica, fonologia) per l'apprendimento di nuove materie.

Se non trattato adeguatamente può causare difficoltà durante l'intero corso di vita di un individuo, quali prestazioni accademiche più basse, minore autostima, maggiore probabilità di abbandono scolastico, maggiore stress psicologico, minore benessere mentale, e maggiore probabilità di disoccupazione.

(APA, 2013)

Possibile modificabilità?
Risposta ad intervento?

5

Developmental Dyscalculia

(nel Manuale Diagnostico e Statistico dei Disturbi Mentali (DSM V))

Developmental Dyscalculia (DD) is a specific learning disorder that is characterised by **impairments** in learning basic arithmetic facts, processing numerical magnitude and performing accurate and fluent calculations. These difficulties must be **quantifiably below what is expected** for an individual's chronological age, and must not be caused by poor educational or daily activities or by intellectual impairments.

(APA, 2013)

Deficit in
processi
cognitivi di
base

Criterio di
discrepanza

6

Dyscalculia

(Kaufmann & von Aster)

Dyscalculia is defined as a serious impairment of the learning of basic numerical-arithmetical skills in a child whose intellectual capacity and schooling are otherwise adequate. It is supposed to be demonstrable by standardized psychometric testing that reveals poor calculating ability despite normal intelligence.

(Kaufmann & von Aster, 2012, p. 771)

7

Dyscalculia

(Kaufmann & von Aster)

Dyscalculia is defined as a **serious impairment** of the learning of basic numerical-arithmetical skills in a child whose **intellectual capacity and schooling are otherwise adequate**. It is supposed to be **demonstrable by standardized psychometric testing that reveals** poor calculating ability despite normal intelligence.

(Kaufmann & von Aster, 2012, p. 771)

Deficit in
processi
cognitivi di
base

Criterio di
discrepanza

Rilevabile
con test
psicometrici

8

Resistenza all'intervento

In ambito clinico, per la diagnosi, si parla a volte di "risposta all'intervento" o "resistenza al potenziamento" come aspetto essenziale da riscontrare prima di poter rilasciare una diagnosi di MLD

(Mazzocco, 2005; Fuchs et al., 2007; Hale et al., 2010)

Discrepanza tra prestazioni su test d'intelligenza e prestazioni su particolari test psicometrici

+

Mancata risposta ad «intervento efficace»



9

Resistenza

In ambito clinico, per la diagnosi, si parla a volte di "risposta all'intervento" o "resistenza al potenziamento" come aspetto essenziale da riscontrare prima di poter rilasciare una diagnosi di MLD

(Mazzocco, 2005; Fuchs et al., 2007; Hale et al., 2010)

Discrepanza tra prestazioni su test d'intelligenza e prestazioni su particolari test psicometrici

+

Mancata risposta ad «intervento efficace»

Studente «discalculico» o con MLD



10

Digressione: il comportamento e il problema della circolarità

Da un punto di vista normativo, il ragionamento di Lester funziona con qualsiasi tipo di argomento, anche i classici approcci cognitivi.

Domanda: Come sai che quello studente ~~non ha le conoscenze?~~ **ha un deficit cognitivo?** ~~test psicometrico~~

Risposta: Perché nel nostro studio lo studente si comporta in un determinato modo. **deficit cognitivo**

Domanda: Ma come sai che ~~la mancanza di conoscenze~~ **deficit cognitivo** contribuisce a questo comportamento?

Risposta: Perché non si sarebbe comportato in questo modo se non avesse avuto ~~questa mancanza di conoscenza~~ **questo deficit cognitivo**

Il punto sembra essere l'uso della parola "know" (tipica di un approccio normativo) in luogo di "interpret"



11

Digressione: il comportamento e il problema della circolarità

Da un punto di vista normativo, il ragionamento di Lester funziona con qualsiasi tipo di argomento, anche i classici approcci cognitivi.

Domanda: Come **sai** che quello studente ~~non ha le conoscenze?~~ **ha un deficit cognitivo?** ~~test psicometrico~~

Risposta: Perché nel nostro studio lo studente si comporta in un determinato modo. **deficit cognitivo**

Domanda: Ma come **sai** che ~~la mancanza di conoscenze~~ **deficit cognitivo** contribuisce a questo comportamento?

Risposta: Perché non si sarebbe comportato in questo modo se non avesse avuto ~~questa mancanza di conoscenza~~ **questo deficit cognitivo**

Il punto sembra essere l'uso della parola "know" (tipica di un approccio normativo) in luogo di "interpret"



12

(alcune) critiche dall'ambito psicologico-diagnostico

Il criterio della discrepanza

- non chiarisce quale misura di intelligenza usare
- non consente di distinguere tra studenti con basse prestazioni in matematica e con SLD
- non viene applicato in modo uniforme
- la discrepanza è difficile da misurare
- si deve attendere il fallimento prima di poter intervenire.



(Hale et al., 2010)

13

(alcune) critiche dall'ambito psicologico-diagnostico

Il criterio della discrepanza

- non chiarisce quale misura di intelligenza usare
- **non consente di distinguere tra studenti con basse prestazioni in matematica e con SLD**
- non viene applicato in modo uniforme
- la discrepanza è difficile da misurare
- si deve attendere il fallimento prima di poter intervenire.



(Hale et al., 2010)

14

(alcune) critiche dall'ambito psicologico-diagnostico

Il criterio della risposta all'intervento

- non c'è consenso rispetto all'intervento da implementare
- non c'è un modo condiviso di misurare il grado di risposta
- non c'è accordo sulle caratteristiche dei gruppi di studenti che rispondono positivamente
- corrisponde al modello (fallimento in medicina) della «diagnosi per fallimento del trattamento»
- non consente di distinguere tra studenti con basse prestazioni in matematica e con SLD



(Hale et al., 2010)

15

(alcune) critiche dall'ambito psicologico-diagnostico

Il criterio della risposta all'intervento

- non c'è consenso rispetto all'intervento da implementare
- non c'è un modo condiviso di misurare il grado di risposta
- non c'è accordo sulle caratteristiche dei gruppi di studenti che rispondono positivamente
- corrisponde al modello (fallimento in medicina) della «diagnosi per fallimento del trattamento»
- **non consente di distinguere tra studenti con basse prestazioni in matematica e con SLD**



(Hale et al., 2010)

16

L'analisi critica di Lewis e Fischer

Uno studio di Lewis e Fischer (2016) analizza in modo sistematico i criteri metodologici usati negli studi internazionali degli ultimi 40 anni* per identificare studenti con un Mathematical Learning Disability (MLD), affrontando in particolare:

- la variabilità nei criteri usati per identificare e classificare MLD;
- controllo di fattori non cognitivi nell'identificazione di studenti che manifestano basso rendimento persistente in matematica;
- l'apprendimento di quali contenuti matematici (aritmetica, geometria, algebra, analisi...) è stato oggetto degli studi.

* sono stati considerati inizialmente 710 studi che rispondevano ai criteri proposti dagli autori



17

Analisi critica di Lewis e Fischer (variabilità nei criteri usati per identificare e classificare MLD)

In genere vengono usati "achievement tests" (test prestazionali) in matematica

- i criteri di cut off variano dal 2° al 46° percentile;
- quasi metà degli studi usano misure non comuni nel campo;
- i test sono diversi in nazioni diverse (o a volte nella stessa nazione);
- lo stesso studente può risultare una volta positivo e un'altra no (a seconda del test o della sua stessa prestazione diversa nel tempo).



18

Analisi critica di Lewis e Fischer (Controllo di fattori non cognitivi nelle diagnosi)

- I test usati per l'identificazione di MLD non riescono a discriminare tra basse prestazioni dovute a difficoltà cognitive e non cognitive.
- Generalmente, non si tiene conto dell'effetto di aspetti quali:
 - l'appartenenza a un ceto socio-economico basso;
 - le abilità linguistiche nella lingua del test;
 - altri fattori come etnia e genere.



19

Analisi critica di Lewis e Fischer (Contenuti matematici negli studi su MLD)

- 5 - 8 anni
 - processamento numerico (simbolico e non-simbolico)
 - conteggio e cardinalità
 - operazioni e ragionamento pre-algebrico
 - numeri e operazioni in base 10
 - geometria (nomi di figure)
- solo il 6%
oltre 8 anni
 - frazioni
 - algebra (espressioni ed equazioni)



20

Il panorama italiano


Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per l'Istruzione
Direzione Generale per lo Studente, l'Integrazione, la Partecipazione e la Comunicazione

LINEE GUIDA
PER IL DIRITTO ALLO STUDIO
DEGLI ALUNNI E DEGLI STUDENTI
CON DISTURBI SPECIFICI DI APPRENDIMENTO



21

Il panorama italiano: discalculia

La **discalculia** riguarda l'**abilità di calcolo**, sia nella componente dell'organizzazione della cognizione numerica (intelligenza numerica basale), sia in quella delle procedure esecutive e del calcolo.

Nel primo ambito, la discalculia interviene sugli elementi basali dell'**abilità numerica**: il **subitizing** (o riconoscimento immediato di piccole quantità), i meccanismi di quantificazione, la seriazione, la comparazione, le strategie di composizione e scomposizione di quantità, le strategie di calcolo a mente.

Nell'**ambito procedurale**, invece, la discalculia rende difficoltose le procedure esecutive per lo più implicate nel calcolo scritto: la lettura e scrittura dei numeri, l'incolonnamento, il recupero dei fatti numerici e gli algoritmi del calcolo scritto vero e proprio.

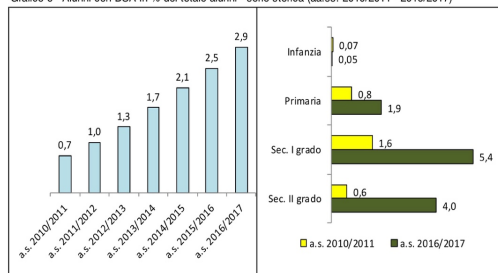
(MIUR, 2011, p. 4)



22

Rilevazioni di DSA

Grafico 6 - Alunni con DSA in % del totale alunni - serie storica (a.a. 2010/2011 - 2016/2017)



Fonte: MIUR - DGCASIS - Ufficio Statistica e Studi - Rilevazioni sulle scuole



23

Valutazione cognitiva

Un esempio di diagnosi

Valutazione cognitiva
Corsi (PM47) - Taratura Raven et Al (1986)
Totale risposte corrette: 31 su 36 Prestazione collocabile all'82° centile.

Funzioni cognitive di base
Funzioni cognitive di base
Prima a breve Termine
MBT Visuo-spaziale (Corsi)
Span: 5.5
Media attesa = 4.4 Prestazione adeguata
MBT Verbale-Numerica
Digit Span: 3.5 Media attesa
MBT Verbale-Fonologica
Span: 3
Media attesa = 5 Prestazione adeguata
Attenzione Visiva
Test delle campanelle modificato (Biancardi e coll.)
Attenzione selettiva
Punteggio grezzo: 57
50°/75° centile (punteggio adeguato)
Attenzione sostenuta
Punteggio grezzo: 128
75° centile (punteggio adeguato)



24

Abilità scolastiche
 Lettura, scrittura
 [...]

Matematica
 AC-MT Prova 3 elementare finale:
 Operazioni scritte in classe = Prestazione Sufficiente
 Conoscenza Numerica = Prestazione Ottimale
 Accuratezza = Richiesta di Attenzione (presenti errori nel recupero veloce dei fatti aritmetici)
 Tempo totale = Prestazione Sufficiente

Abilità scolastiche

Matematica
AC-MT Prova 3 elem.

- Operazioni scritte in classe = prestaz. Sufficiente
- Conoscenza numerica = prestaz. Ottimale
- Accuratezza = richiesta di attenzione
- Tempo totale = prestaz. sufficiente

di una diagnosi di Disturbo di apprendimento medio-lieve, che riguarda le abilità di calcolo e l'esecutiva (padronanza delle operazioni aritmetiche e la componente di memoria di lavoro). Il Disortografia F81.1), gli studenti con questo disturbo accettante da parte dei genitori e compensative da parte della scuola, come riportato nella nota Prot. n. 26/A del 05.01.2005, e perfezionata nella legge 8 dell'ottobre 2010 n. 170.

25


Il Test AC-MT

Parte collettiva:
 4 operazioni scritte, la trasformazione di numeri descritti come un insieme di unità, decine e centinaia in cifre, il giudizio di numerosità in cui gli studenti devono cerchiare per ogni coppia di numeri quello più grande, e l'ordinamento di serie dal minore al maggiore e dal maggiore al minore.

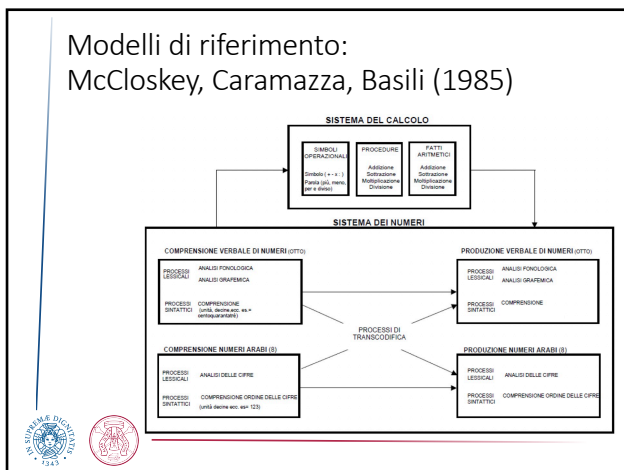
Parte individuale:
 calcolo a mente di 3 addizioni e 3 sottrazioni, nel calcolo scritto di 2 operazioni, nell'enumerazione (contare all'indietro da 100 a 50), e nel dettato di numeri.

4 indici usati per la valutazione:

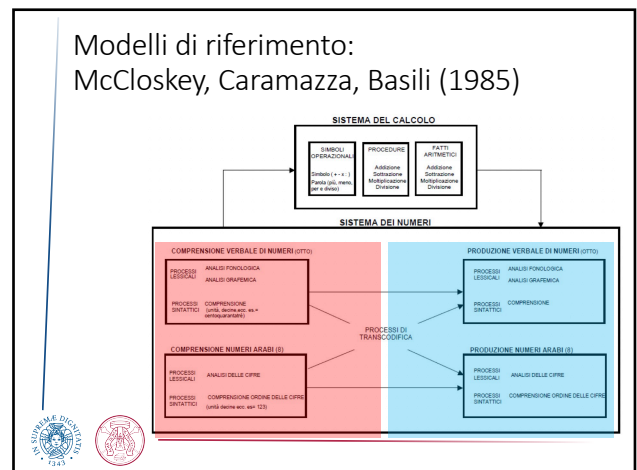
- operazioni scritte in classe,
- conoscenza numerica,
- accuratezza,
- tempo totale



26

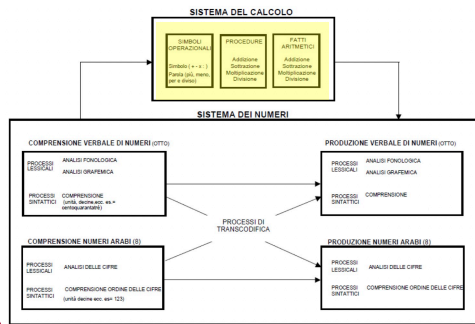


27



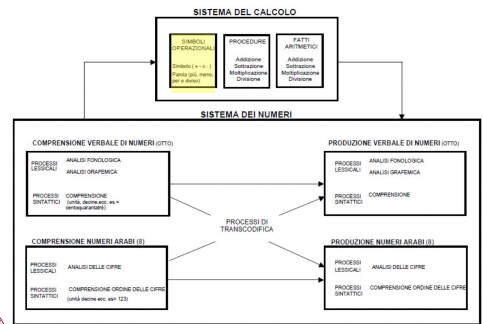
28

Modelli di riferimento:
McCloskey, Caramazza, Basili (1985)



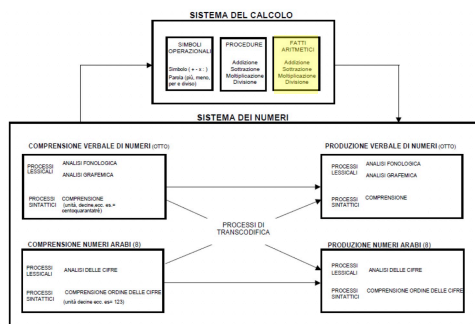
29

Modelli di riferimento:
McCloskey, Caramazza, Basili (1985)



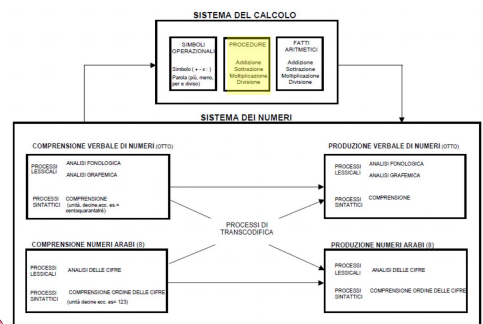
30

Modelli di riferimento:
McCloskey, Caramazza, Basili (1985)



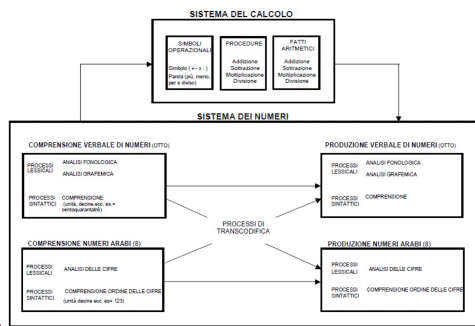
31

Modelli di riferimento:
McCloskey, Caramazza, Basili (1985)

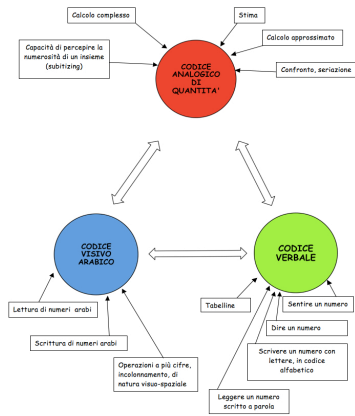


32

Modelli di riferimento: McCloskey, Caramazza, Basili (1985)

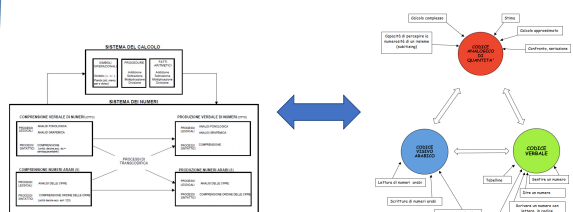


33



34

Quale relazione tra i due modelli?



35

Critica ai contenuti dei test

Sappiamo che non tutte le difficoltà cognitive in matematica dipendono dall'aritmetica dei numeri naturali; dunque è necessario valutare anche altri ambiti e processi di pensiero matematico.

Con test come l'AC-MT non si valutano processi importanti per l'apprendimento della matematica, quali, per es.:

- Percezione di regolarità e strutture (e.g., Mulligan, 2011)
- Processi visuo-spaziali (sia in ambito geometrico che non)
- Generalizzazione, pre-algebra
- Gestione di rappresentazioni di numeri razionali.

37

Critica ai criteri di cut-off

Necessità di passare da «cut-off» unidimensionali a *profili* che descrivono forze e debolezze cognitive rispetto a più dimensioni significative rispetto all'apprendimento della matematica

Con test come l'AC-MT non si valutano processi importanti per l'apprendimento della matematica, quali:

- Percezione di regolarità e strutture (e.g., Mulligan, 2011)
- Processi visuo-spaziali (sia in ambito geometrico che non)
- Generalizzazione, pre-algebra
- Gestione di rappresentazioni di numeri razionali.



38

Critica ai modelli di riferimento e al loro uso: il caso dell'AC-MT

- Il feedback dato dal test è molto meno fine rispetto a quello che ci si potrebbe aspettare con i modelli di riferimento (per es. Modello di McCloskey).
- I modelli di riferimento riguardano particolari processi cognitivi legati alla gestione del numero naturale, ma non sembrano sufficienti per descrivere le «abilità scolastiche» in matematica dello studente.
- I modelli non sono sfruttati dal test per fornire feedback utile all'insegnante su come intervenire didatticamente.



39

Il lessico usato

Lucia è un genio in matematica



40

Il lessico usato

Lucio ha un disturbo dell'apprendimento (DSA)



41

Quando si parla di disturbi o difficoltà dell'apprendimento come risultato di qualcosa che chi impara **è o ha**, è sottintesa:

- **trascendenza**: l' 'oggetto' esiste nel mondo, oltre a noi
- **permanenza**: è una costante, una proprietà dell' attore, non dell'azione

(Sfard, 2016)

42

Quando si parla di disturbi o difficoltà dell'apprendimento come risultato di qualcosa che chi impara **è o ha**, è sottintesa:

- **trasc**
- **perm**

Quindi non possiamo modificare tali «proprietà»

(Sfard, 2016)

43

Quando si parla di disturbi o difficoltà dell'apprendimento come risultato di qualcosa che chi impara **è o ha**, è sottintesa:

Risultato: quelli «con disturbo» vengono indirizzati su una diversa traiettoria di vita

(Sfard, 2016)

44

Invece potremmo dire:

Nella maggior parte degli esami e attività scolastiche, Lucia ha ottenuto punteggi sopra la media

Lucia è un genio in matematica



(Sfard, 2016)

45

Invece potremmo dire:

Lucio ha fallito un esame
dopo l'altro nonostante
abbia cercato di
insegnargli la matematica
come agli altri studenti

Lucio ha un
disturbo
dell'apprendimento
(DSA)



46

Critica all'assunzione di immodificabilità

Il lessico usato sia in ambito clinico che in ambito educativo spesso sottintende una condizione permanente e immodificabile.

Se potessimo distinguere tra

disturbo
difficoltà

forme di
compensazione

supporto e
superamento

Ma di fatto non è in generale possibile.



47

Ipotesi di ricerca

L'uso di particolari *pratiche didattiche* sin dall'inizio della scuola primaria (o anche prima) può limitare il numero di bambini positivi nelle diagnosi di discalculia evolutiva in classe terza.



48

Sperimentazione dell'ipotesi

Il progetto PerContare (tra il 2011 e il 2014), grazie ad un lavoro **congiunto tra didattici della matematica e psicologi cognitivi**, ha sviluppato e sperimentato attività didattiche per un **"buon" avvio all'aritmetica**, a partire dalla transizione dalla scuola dell'infanzia alla scuola primaria.

PerContare

(www.percontare.it)

Fondazione
ASPM
Orfei

Fondazione
per la Scuola
Compagnia di San Paolo

Compagnia
di San Paolo

UNIVERSITÀ DI PISA

UNIMORE
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MODENA E REGGIO EMILIA



49