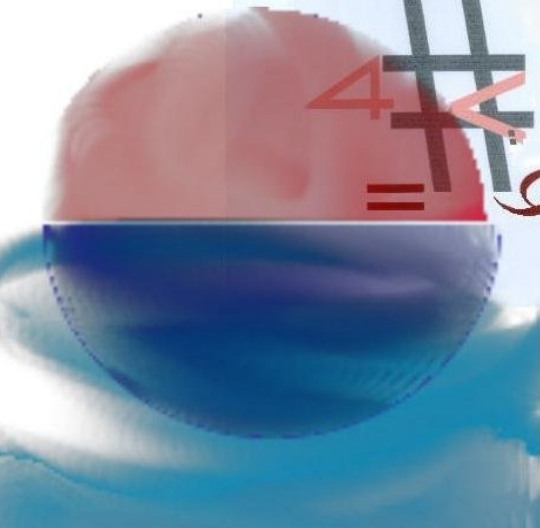


Il Giardino di Archimede – *Un Museo per la Matematica*

La storia della matematica per la divulgazione.

Collaborazioni con insegnanti



Seminario Nazionale Gennaio 2014 - Rimini

La storia nell'insegnamento e la storia dell'insegnamento della matematica

Il Giardino di Archimede

Un museo per la matematica

- Oltre il Compasso. *La geometria delle curve* Franco Conti e Enrico Giusti
primo allestimento PISA, 1992



- FIRENZE
via San Bartolo a Cintoia, aprile 2004

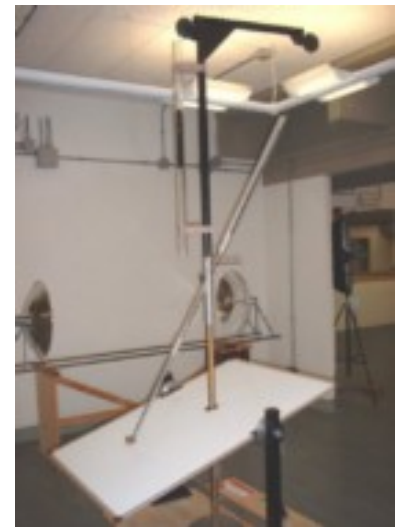


Il Giardino di Archimede

- le mostre**
- Oltre il compasso: *la geometria delle curve*
 - Pitagora e il suo teorema
 - Un ponte sul Mediterraneo. *Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente*
 - Aiutare la natura. *Dalle Meccaniche di Galileo alla vita quotidiana*
 - Armi di istruzione di massa. *Giochi, enigmi, passatempi matematici.*
 - La matematica in Italia 1800-1950
 - Piccola storia del calcolo infinitesimale
 - La matematica antica attraverso i francobolli



www.archimede.ms

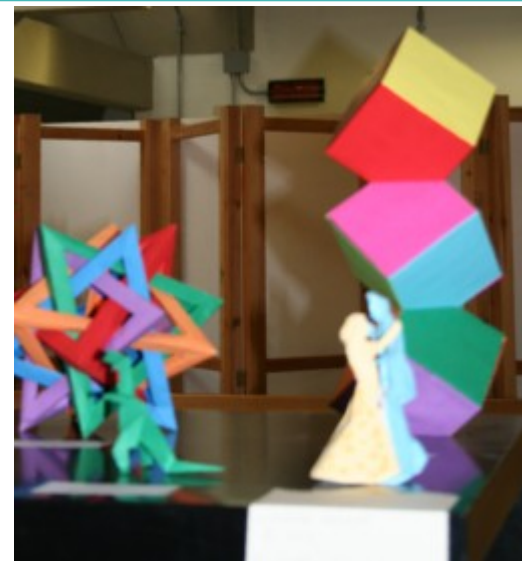


Il Giardino di Archimede

i laboratori

All'inizio del conto

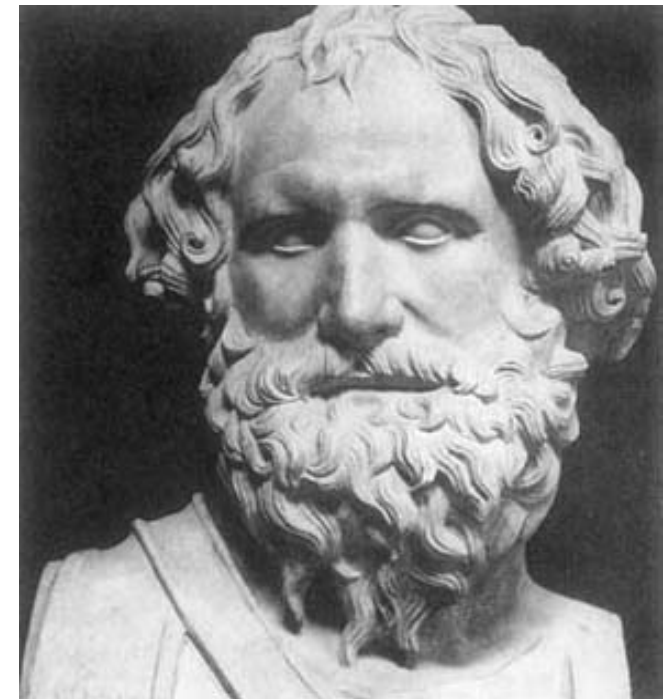
- Numeri e conti presso gli antichi sumeri
 - I geroglifici degli antichi egizi
 - Le tavole di conto
 - Abachi romani e pallottolieri giapponesi
 - Come contavano gli antichi greci
 - Bastoncini cinesi per numeri e conti
 - Come contavano le civiltà dell'America precolombiana
 - Tecniche varie di moltiplicazione
 - Bastoncini per moltiplicare e dividere
-
- Percorsi, strategie e geometrie in gioco
 - Alla scoperta delle scritture segrete
 - Piega, ripiega e ... spiega: matematica negli origami
 - Dagli algoritmi al calcolo meccanico
 - Leonardo Pisano, il *Liber abaci* e la rinascita della matematica in Occidente
 - La matematica in una bolla di sapone



Il Giardino di Archimede

i laboratori

La matematica e la storia



Numeri e conti presso gli antichi sumeri



1



10



60

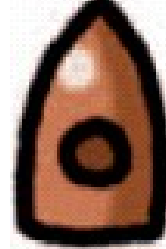


infanzia

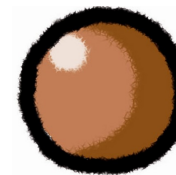
primaria

secondaria

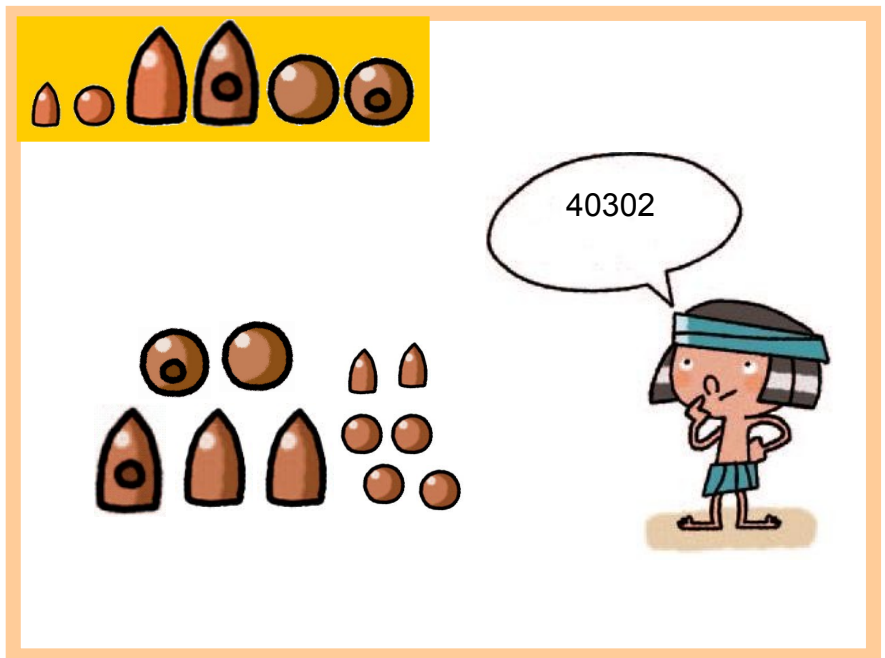
600



3600



36000



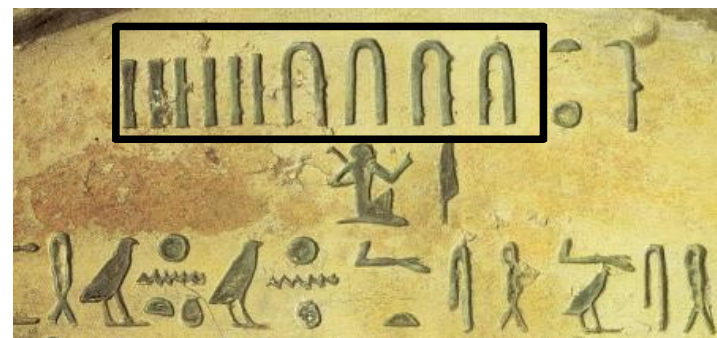
Numeri e conti presso gli antichi egizi

Ecco tutti i segni



	1		1000
	10		10.000
	100		100.000
			1.000.000

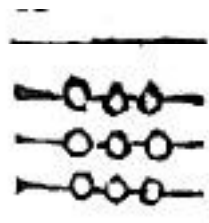
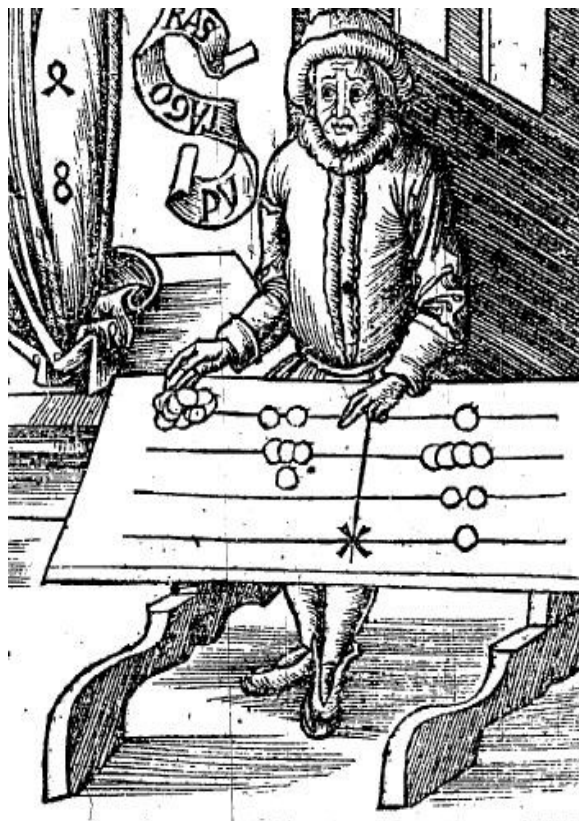
infanzia	primaria	secondaria



|||||nnnnnn

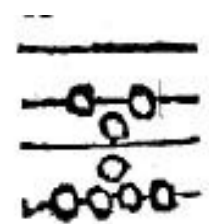


Tavole di conto



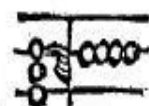
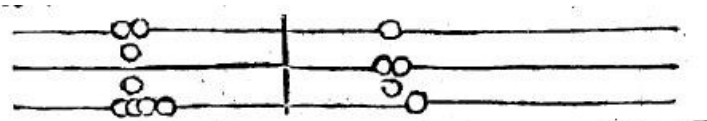
versione semplice

333

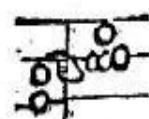


versione avanzata

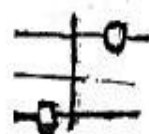
259



1x4

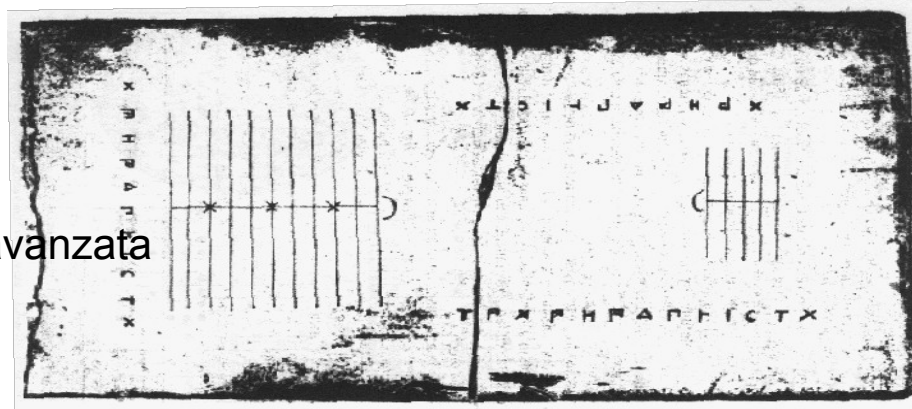


1x4

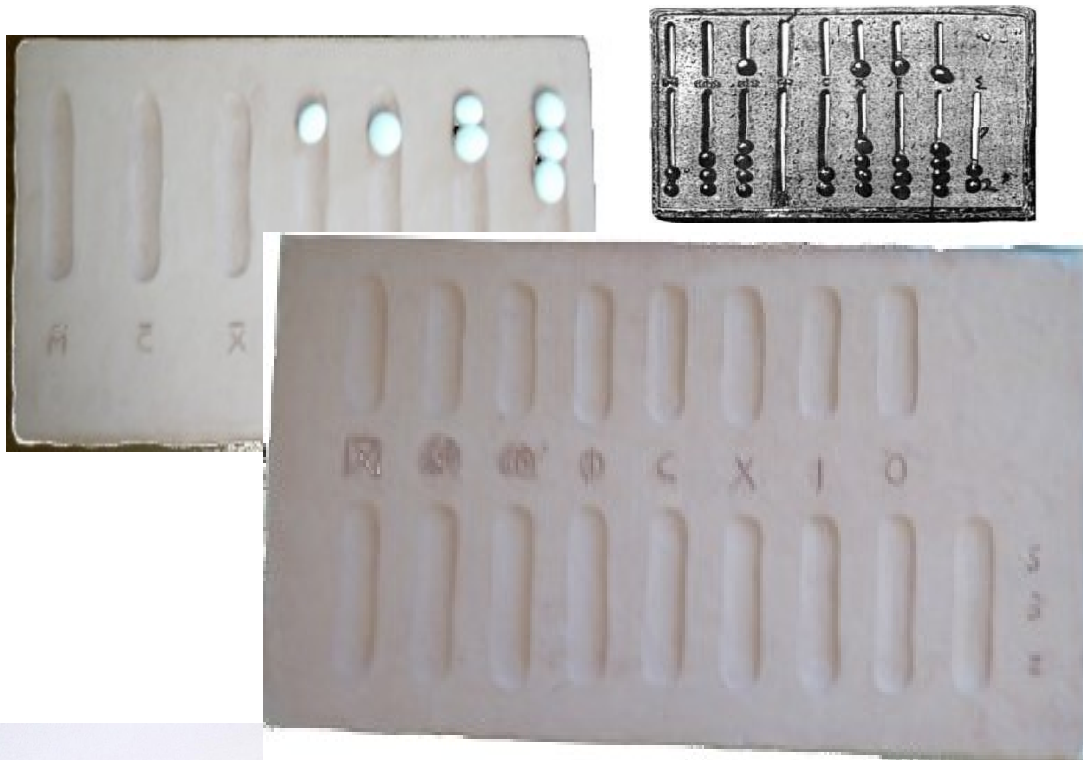


(1x4):2

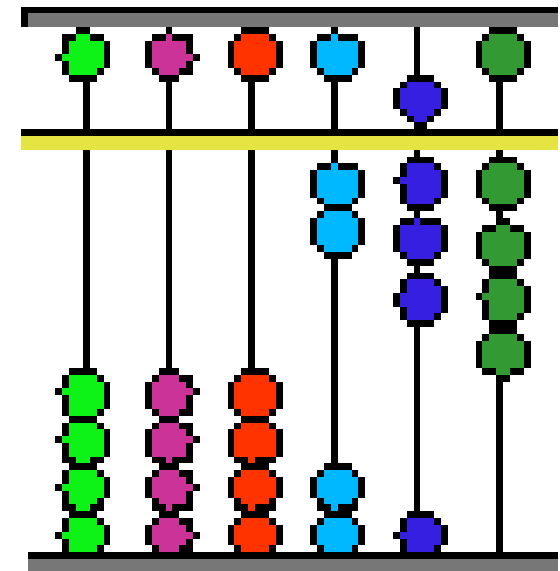
infanzia	primaria	secondaria
----------	----------	------------



Abachi romani e pallottolieri giapponesi



infanzia	primaria	secondaria

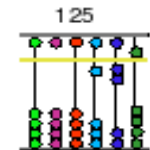


Ci siamo allenati per l' **addizione**

esempio:

$$\boxed{125} + \boxed{202}$$

- si parte da 25



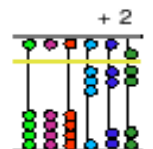
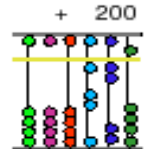
- si avvanza di 202

cioè

si fanno 2 passi di centinaia

si fanno 2 passi di unità

- si legge il risultato

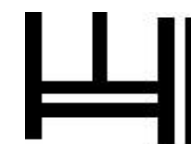
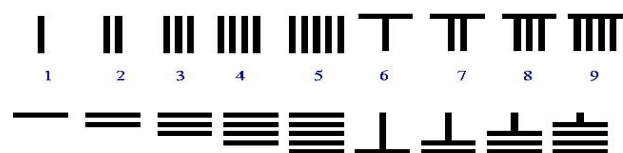


— 327

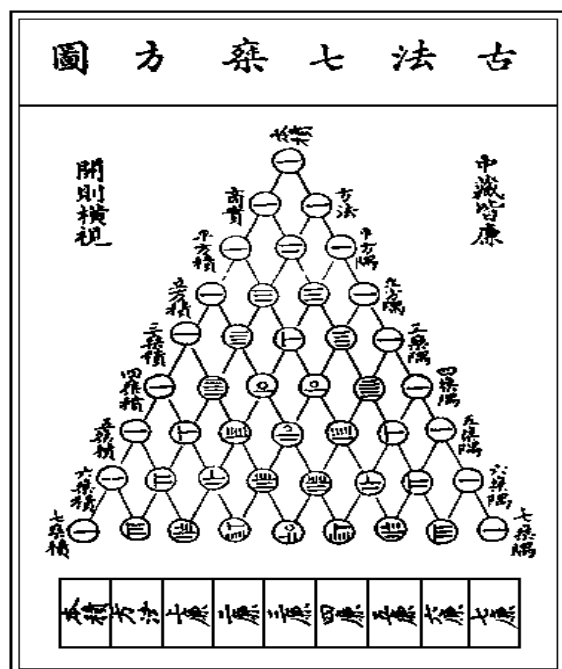
Bastoncini cinesi per numeri e conti



infanzia	primaria	secondaria	



172



			2	3	7
				≡	π
	T	=	I		
	6	2	1		

Come si scrive 7001?



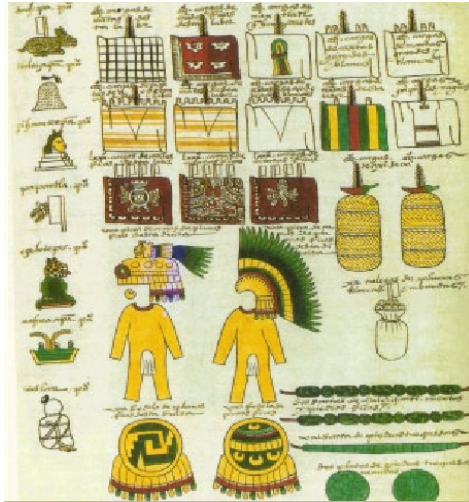
per scriverlo su carta



ci vuole un simbolo per indicare gli spazi vuoti

Come contavano le civiltà dell'America precolombiana

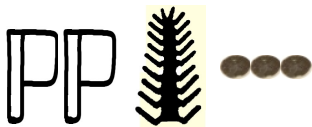
infanzia	primaria	secondaria	



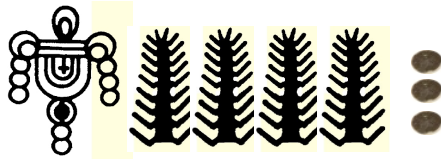
AZTECHI



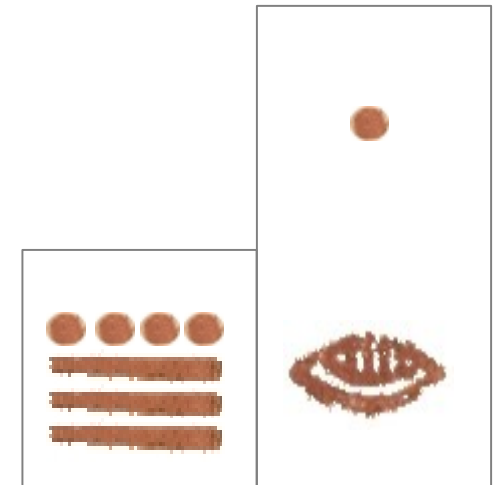
20 400



8000



MAYA



Tecniche di moltiplicazione

infanzia

primaria

secondaria

moltiplicazione per gelosia

es. 456×32

si costruisce una griglia 3x2
ogni quadrato si divide in due lungo la diagonale
si regala si scrivono i numeri

si riempiono i quadrati

$$3 \times 6 = 18$$

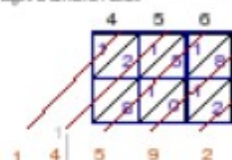
$$3 \times 5 = 15$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 4 = 8$$

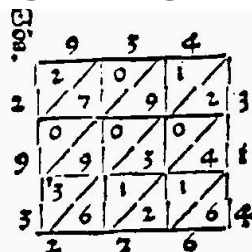


si sommano lungo le diagonali
risultato: 14592

Alternativa:
 $1+5+1+5+15$
scrivo il 5
e
73 nella
diagonale successiva

moltiplicazione per gelosia

934 x 314



moltiplicazione a castelluccio

9876 6 per. 7.
6789 1 per. 1000
61101000
Castelluccio. 5431200
476230
40734
Summa. 67048164 .i.
Scotto della pigna.

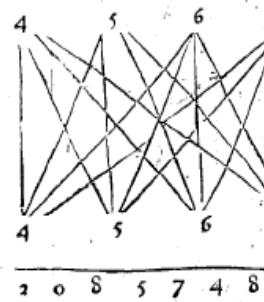
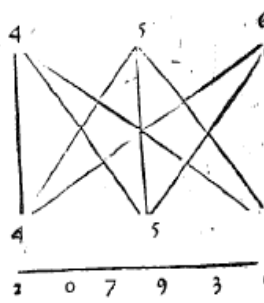
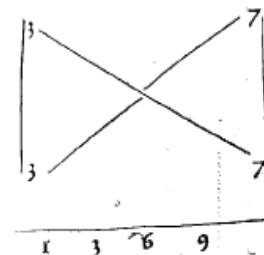
Pacioli, Summa,
1523

moltiplicazione per quadrilatero



2950614 Summa.

Prodotto vero castello.



Aritmetica di
Trevise, 1478
moltiplicazione a scacchiere

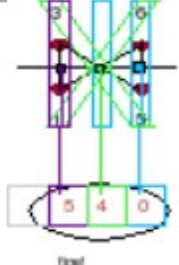
Multiplacandus. 9876
Prodncendus. 6789
Multiplacans.
688884
79008
69132 scachieri
59256 bericcolo.
suma 67048164 p.r.
Scontro de
la proua.
Moia fino no
ma q idem im
portant.
Productum
Multiplacatio.
Superficies
Retangulum

Pacioli, Summa,
1523

moltiplicazione per ciocetta

esempio: 36×15

si scrivono i due fattori
si collegano le cifre in alto con quelle
in basso



si iniziano i prodotti

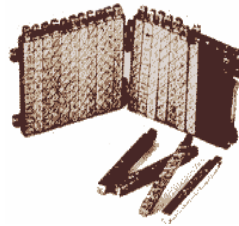
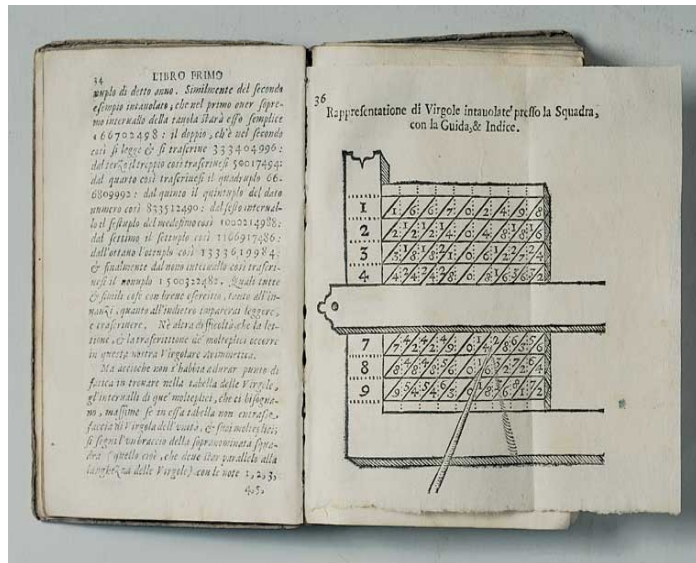
$$6 \times 5 = 30$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$6 \times 1 = 6$$

$$3 \times 1 = 3$$

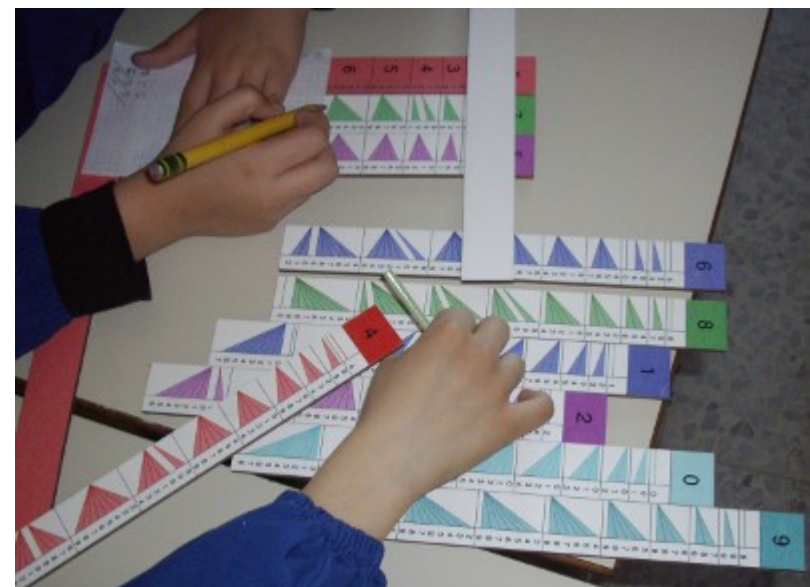
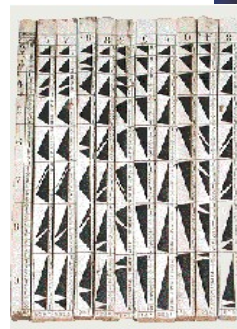
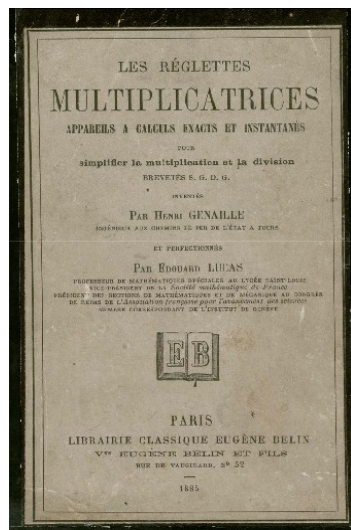
Bastoncini per moltiplicare e dividere



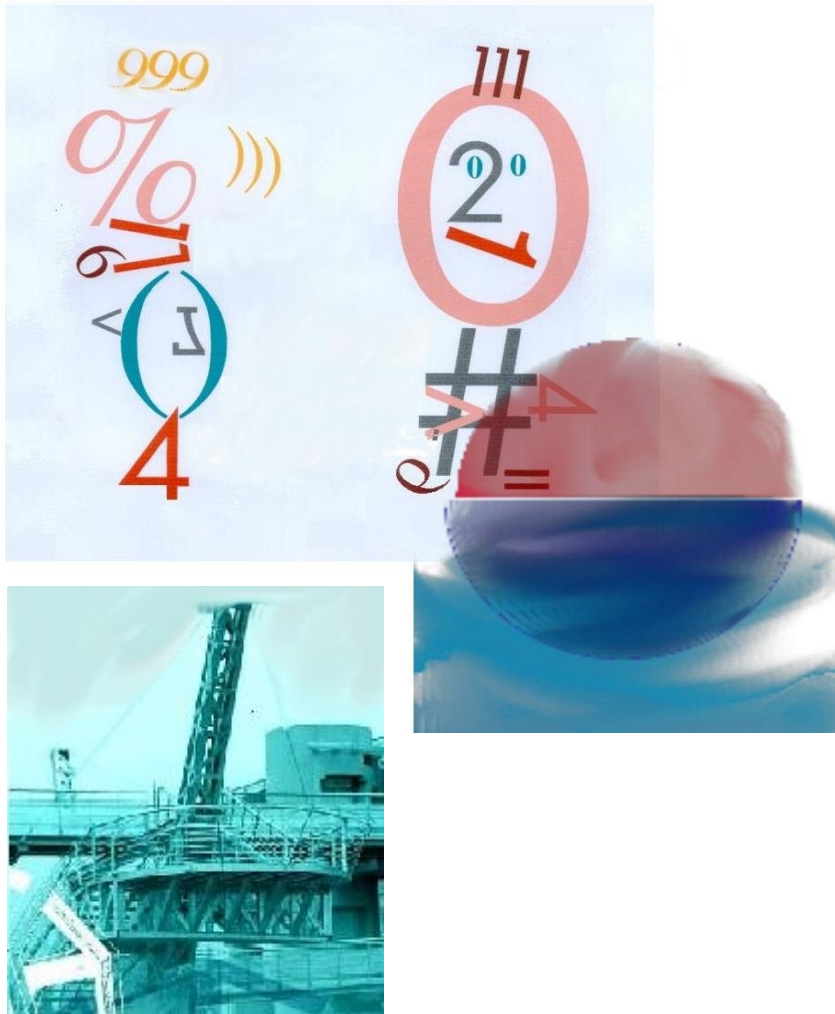
7	2	5	x	
0	7	0	2	5
1	4	0	1	0
2	8	0	2	0
3	1	7	5	0
4	2	1	4	0
5	3	2	1	0
6	4	3	2	0
7	5	4	3	0
8	6	5	4	0
9	7	6	5	0

infanzia	primaria	secondaria

prova queste moltiplicazioni	
1175 x 5	1287 x 6
0 1 0 0 0 5 1	0 1 0 0 0 7 1
0 1 0 1 7 0 5	0 2 0 8 8 7
0 0 2 1 1 0 2	0 4 1 6 1 4
0 0 2 4 0 0	0 0 2 4 2 1
0 0 3 8 5 5	0 6 2 4 2 1
5 8 7 5	0 1 4 4 6
0 8 8 5 4 0 8	7 7 2 2
0 9 9 6 3 4 5	0 9 8 7 2 6 9

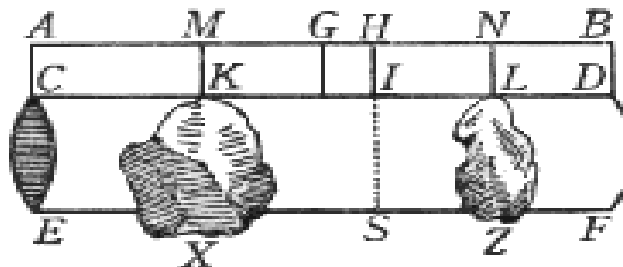
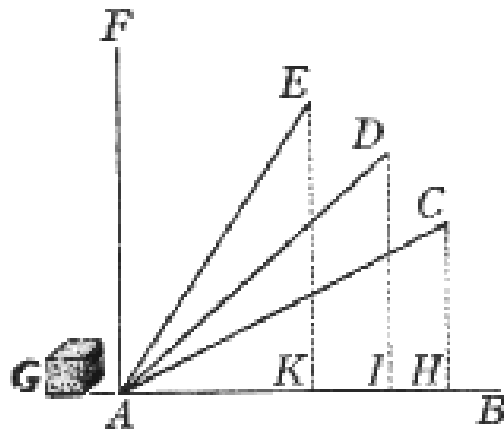
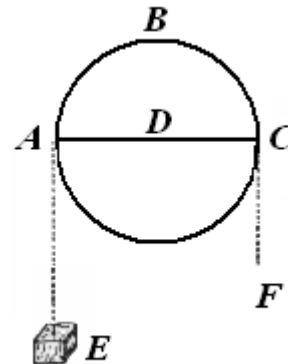
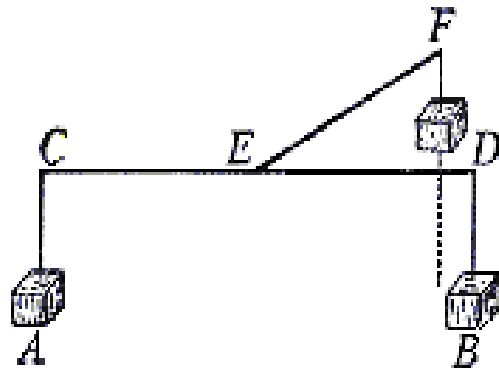


le mostre e la storia

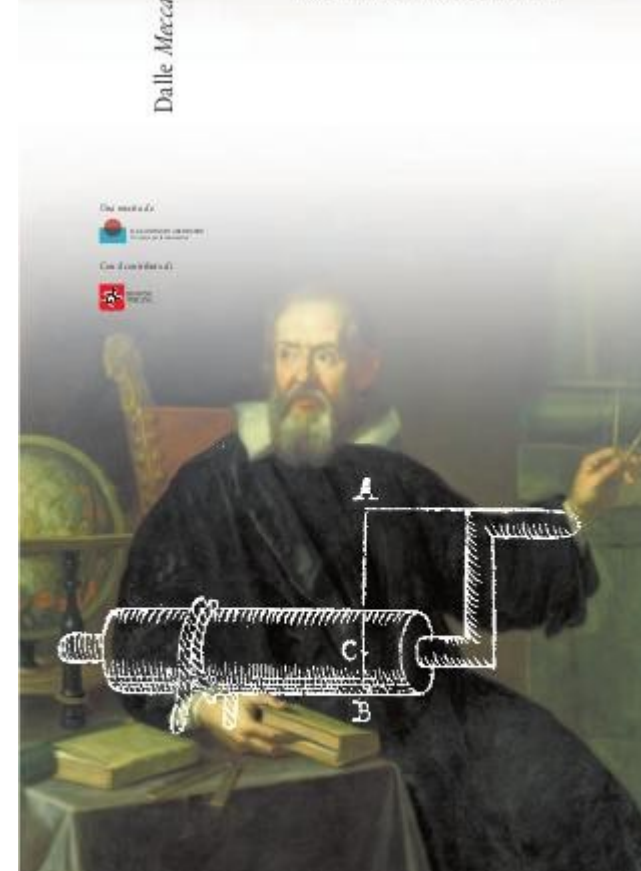
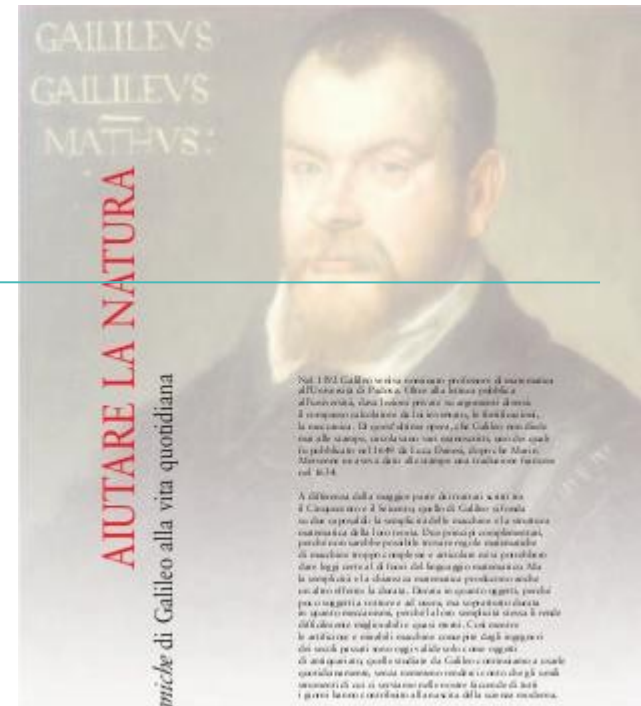


- Piccola storia del calcolo infinitesimale
- La matematica antica attraverso i francobolli
- Un ponte sul Mediterraneo. *Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente*
- Pitagora e il suo teorema
- Oltre il compasso: *la geometria delle curve*
- Aiutare la natura. *Dalle Meccaniche di Galileo alla vita quotidiana*
- La matematica in Italia 1800-1950
- Armi di istruzione di massa. *Giochi, enigmi, passatempi matematici*

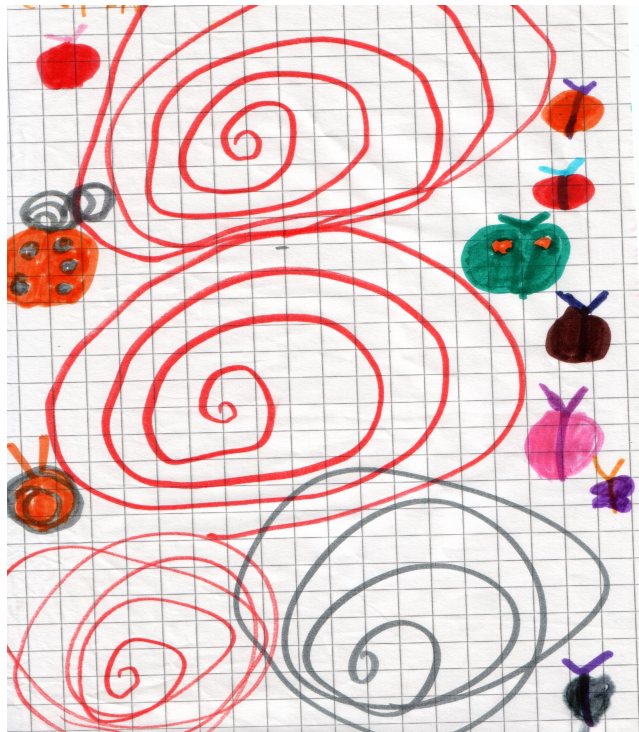
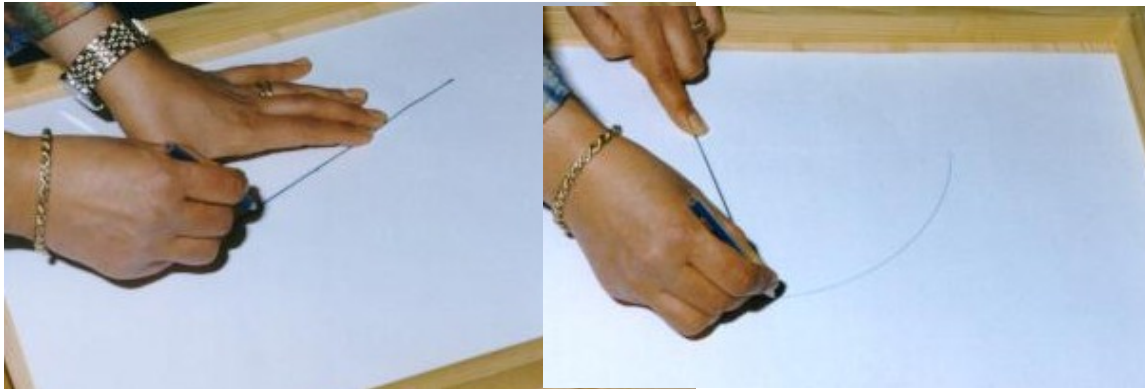
Aiutare la natura Dalle Meccaniche di Galileo alla vita quotidiana



Aiutare la natura Dalle Meccaniche di Galileo alla vita quotidiana

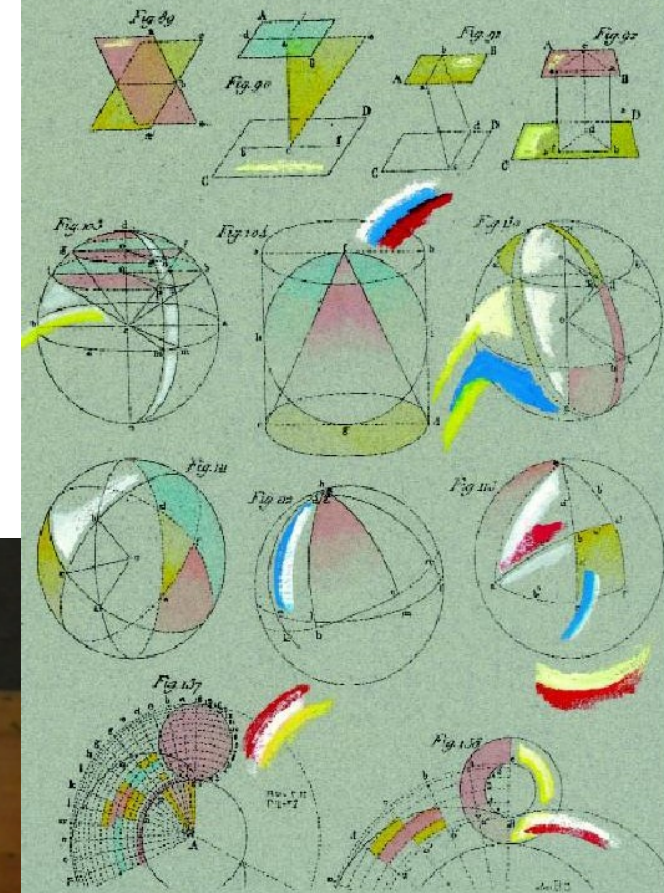


Oltre il compasso: la geometria delle curve



OLTRE IL COMPASSO

La geometria delle curve



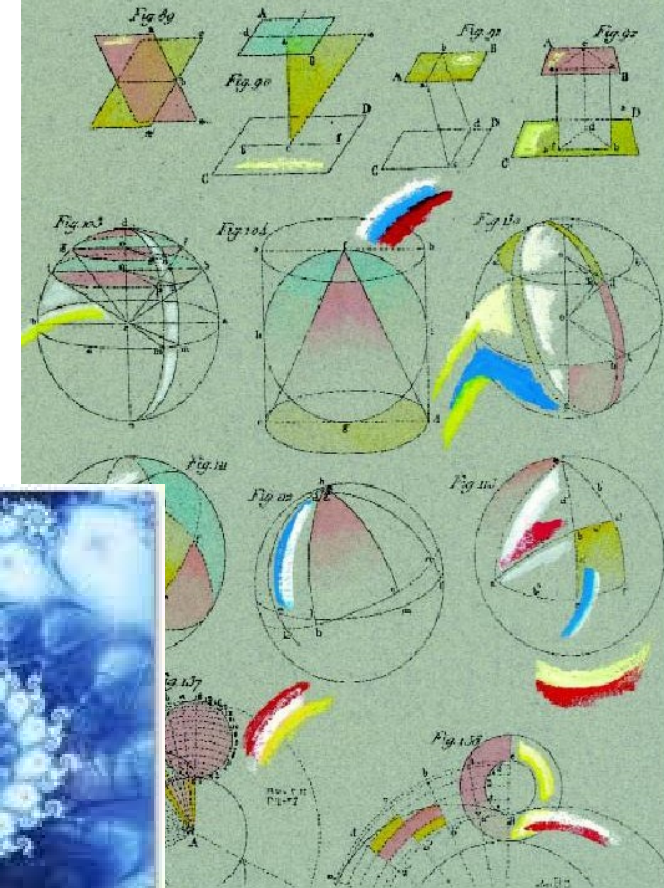
La mostra "Oltre il compasso"
è stata realizzata nell'ambito
della Scuola Normale Superiore di Pisa

la storia: come?

Oltre il compasso: *la geometria delle curve*



OLTRE IL COMPASSO
La geometria delle curve



La mostra "Oltre il compasso"
è stata realizzata nell'ambito
della Scuola Normale Superiore di Pisa

All'inizio del conto

- Numeri e conti presso gli antichi sumeri
 - I geroglifici degli antichi egizi
 - Le tavole di conto
 - Abachi romani e pallottolieri giapponesi
 - Come contavano gli antichi greci
 - Bastoncini cinesi per numeri e conti
 - Come contavano le civiltà dell'America precolombiana
 - Tecniche varie di moltiplicazione
 - Bastoncini per moltiplicare e dividere
-
- Percorsi, strategie e geometrie in gioco
 - Alla scoperta delle scritture segrete
 - Piega, ripiega e ... spiega: matematica negli origami
 - Dagli algoritmi al calcolo meccanico
 - Leonardo Pisano, il *Liber abaci* e la rinascita della matematica in Occidente
 - La matematica in una bolla di sapone

3.3 Censo e numero uguali a radici ($x^2 + c = bx$)

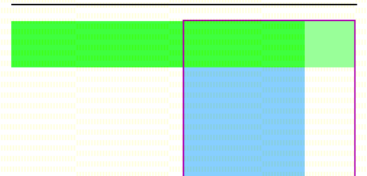
• *Et cum occurrerit quod census et numerus equentur radicibus scias hoc fieri non posse nisi numerus fiat equalis vel minor quadrato medietatis radicem: qui si equalis fuerit habebitur pro radice census numerus medietatis radicem; et si numerus qui cum censu equatur radicibus fuerit minus quadrato medietatis radicem, extrahe ipsum numerum ex ipso quadrato et eius quod remanserit radicem extrahe ex numero medietatis radicem; et si quod remanserit non erit radix quesiti census tunc addes id quod extraxisti super numerum de quo extraxisti et habebis radicem quesiti census. Verbi gratia: census et 40 equantur 14 radicibus. Dimidiatis siquidem radicibus veniunt 7; de quorum quadrato, scilicet 49, extrahe 40, remanent 9; quorum radicem, que est 3, extrahe de mediate radicem, scilicet de 7, remanebunt 4 pro radice quesiti census, census est 16; quibus additis cum 40 faciunt 56 que sunt radices 14 eiusdem census, cum ex ducta radice de 16 in 14 venient 56.*

Vel radicem de 9 adde super 7, erunt 10 pro radice quesiti census; et sic census

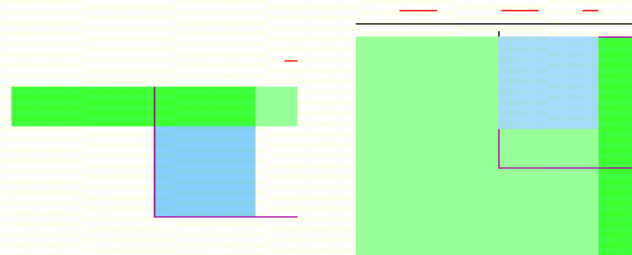
erit 100.

o E s
essere
ugual
con il
quel c

Esem
quadr
cioè 7
40 fa
per 1



Ecco la costruzione. Si traccia un segmento lungo 14 e su una parte si costruisce il censo (quadrato verde chiaro). Ci sono due casi: il lato del censo è minore della metà di 14 oppure è maggiore. In ogni caso si completa il rettangolo che ha come lati 14 e il lato del censo (parte in verde scuro e verde chiara). Questo rettangolo sarà pari a 14 radici. Poiché il quadrato verde chiaro è il censo, la parte rimanente (verde scuro) sarà 40. Questa sommata al quadrato azzurro è, per la prop. V del libro II, uguale al quadrato con il bordo viola, cioè 49. Dunque il quadrato azzurro è 9 e il suo lato è 3.



Primo caso: il lato del censo (rosso tratteggiato) è minore della metà. Per ottenere il lato del censo da 7 tolgo 3. Secondo caso: il lato del censo (rosso tratteggiato) è maggiore della metà. Per ottenere il lato del censo a 7 aggiungo 3.

Leonardo Fibonacci,
la scienza araba
e la rinascita della matematica
in Occidente

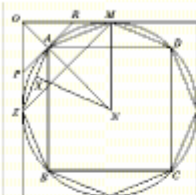


leonardo filio bonacci pisano.

la storia: come?

Archimede, Misura del cerchio.

1. Ogni cerchio è equivalente a un triangolo rettangolo in cui l'altezza è uguale al raggio del cerchio e la base alla circonferenza.



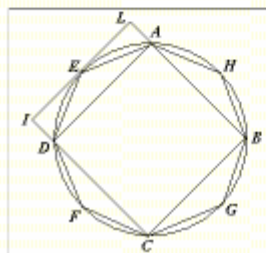
Sia $ABCD$ un cerchio e E un triangolo come detto; dico che sono equivalenti.

Supponiamo per assurdo che il cerchio sia più grande del triangolo. Inscriviamo nel cerchio quadrato AC e dividiamo gli archi (che hanno come corde i lati del quadrato) in due parti uguali continuando la divisione finché la somma dei segmenti del cerchio sia minore della differenza l'area del cerchio e quella del triangolo (a). Il poligono inscritto sarà allora maggiore del tri (b).

Prendiamo il centro N e abbassiamo la perpendicolare NX , che sarà minore dell'altezza del triangolo. Ma anche il perimetro del poligono è a sua volta minore della base, dato che è minore della circonferenza del cerchio. Di conseguenza, il poligono è minore del triangolo E , il che è assurdo.

Sempre ragionando per assurdo, supponiamo ora che il cerchio sia più piccolo del triangolo circoscrittovi. Inscriviamo un quadrato, dividiamo gli archi in due parti uguali e tiriamo le tangenti a di divisione. L'angolo OAR è retto, e quindi OR è maggiore di MR , dato che MR è uguale a triangolo ROP è maggiore della metà della figura $OZAMO$ (c). Restano dunque dei segmenti PZA , la cui somma sia minore della differenza tra l'area del triangolo E e quella del cerchio (d). Il poligono circoscritto è di conseguenza minore del triangolo E , il che è assurdo. Infatti maggiore, dato che NA è uguale all'altezza del triangolo e che il perimetro del poligono è maggiore della base del triangolo (e).

Pertanto il cerchio è equivalente al triangolo E .



(a) Euclide, *Elementi*, XII.2

Il quadrato inscritto è maggiore della metà del cerchio, infatti è uguale alla metà del quadrato circoscritto.

Si dividano ora a metà gli archi che hanno come corde i lati del quadrato inscritto. Il triangolo AED è maggiore della metà del segmento corrispondente; infatti è maggiore del rettangolo $ADIL$. Di conseguenza la somma dei tri

Lo sviluppo in serie dell'esponenziale.

Lo sviluppo dell'esponenziale e^x illustra esaurientemente le tecniche di manipolazione algebrica delle serie proprie del calcolo newtoniano. Il punto di partenza è la serie di Mercator per il logaritmo. Posto

$$x = \log(1+y) = y - \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4} + \frac{y^5}{5} - \dots$$

si avrà $y = e^x - 1$. Si tratta allora di ricavare y dalla serie precedente, esprimendolo a sua volta come una serie di potenze in x :

$$y = ax + bx^2 + cx^3 + dx^4 + ex^5 + \dots$$

Ponendo questo valore di y nella serie di partenza, si avrà

$$x = ax + bx^2 + cx^3 + dx^4 + ex^5 + \dots - \frac{(ax + bx^2 + cx^3 + dx^4 + ex^5 + \dots)^2}{2} + \frac{(ax + bx^2 + cx^3 + dx^4 + ex^5 + \dots)^3}{3} - \frac{(ax + bx^2 + cx^3 + dx^4 + ex^5 + \dots)^4}{4} + \frac{(ax + bx^2 + cx^3 + dx^4 + ex^5 + \dots)^5}{5} - \dots$$

Sviluppiamo ora le potenze a secondo membro, raccogliendo i termini alla stessa potenza. Avremo

$$x = ax + (b - \frac{a^2}{2})x^2 + (c - ab + \frac{a^3}{3})x^3 + (d - ac - \frac{b^2}{2} + \frac{a^2b}{4})x^4 + (e - bc - ad + ab^2 + a^2c - \frac{a^4}{5})x^5 + \dots$$

Tuttandosi di un'identità, il primo termine a secondo membro dovrà essere uguale a x , tutti gli altri a 0. Avremo allora

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= \frac{1}{2} \\ c &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \\ d &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{24} \\ e &= \frac{1}{2} + \frac{1}{24} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{120} \end{aligned}$$

e quindi

$$e^x = 1 + y = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \dots = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2 \times 3} + \frac{x^4}{2 \times 3 \times 4} + \frac{x^5}{2 \times 3 \times 4 \times 5} + \dots$$



Progetto Lauree Scientifiche

Coordinamento e Promozione Progetti - Matematica
Ministero dell'Università e della Ricerca
Ministero della Pubblica Istruzione
Conferenza Nazionale dei Presidi delle Università
di Scienze e Tecnologie



PICCOLA STORIA DEL CALCOLO INFINITESIMALE



una ricerca di
LA GIARDINO DI ARCHIMEDE
Università di Pisa

con il contributo di




MINISTERO DELL'UNIVERSITÀ
E DELLA RICERCA



la storia: come?



 Nel mondo
dei numeri




Raffaella Petri

Uri, il piccolo sumero

Illustrazioni
di Simone Frasca

Il Giardino di Archimede
Un Museo per la matematica

 Nel mondo
dei numeri

la storia al Giardino di Archimede: come, quando, perché?

- La storia come spessore culturale della matematica
- La storia come strumento di comunicazione di contenuti matematici
 - metodi e contesti
 - difficoltà gradualità
 - partecipazione
 - motivazione

la storia al Giardino di Archimede: come, quando, perché?

LA STORIA COME VIA DI COMUNICAZIONE

- La storia come strumento di comunicazione di contenuti matematici

- metodi e contesti
- difficoltà graduali
- partecipazione
- motivazione

STRUMENTO

FARE MATEMATICA

la storia al Giardino di Archimede: come, quando, perché?

STRUMENTO

FARE MATEMATICA

Numeri e conti presso gli antichi sumeri



1



10



60

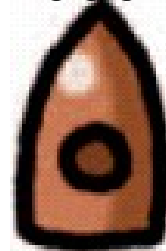


infanzia

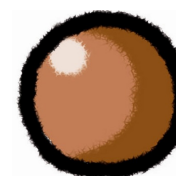
primaria

secondaria

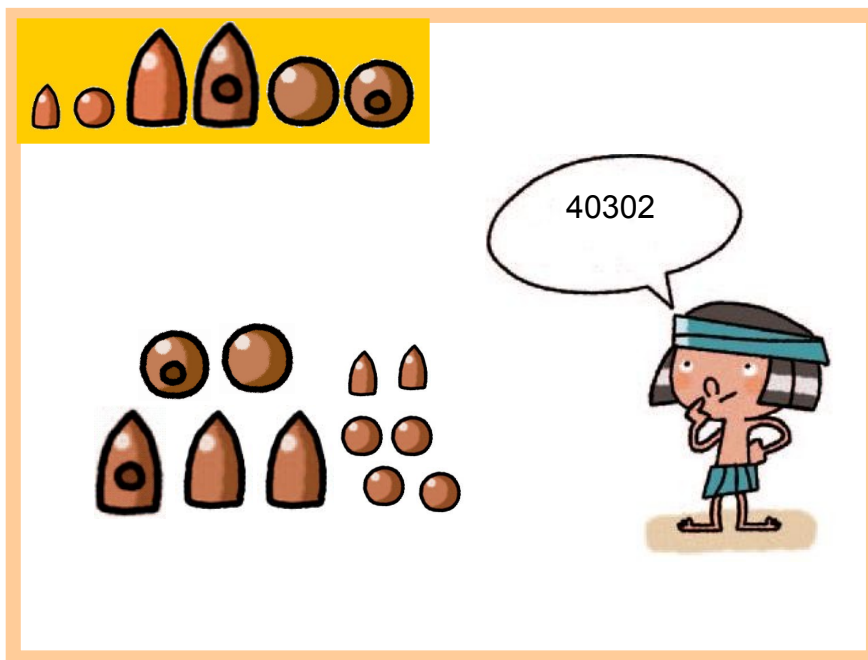
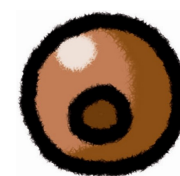
600



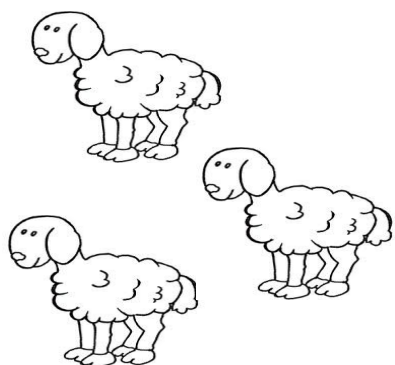
3600



36000

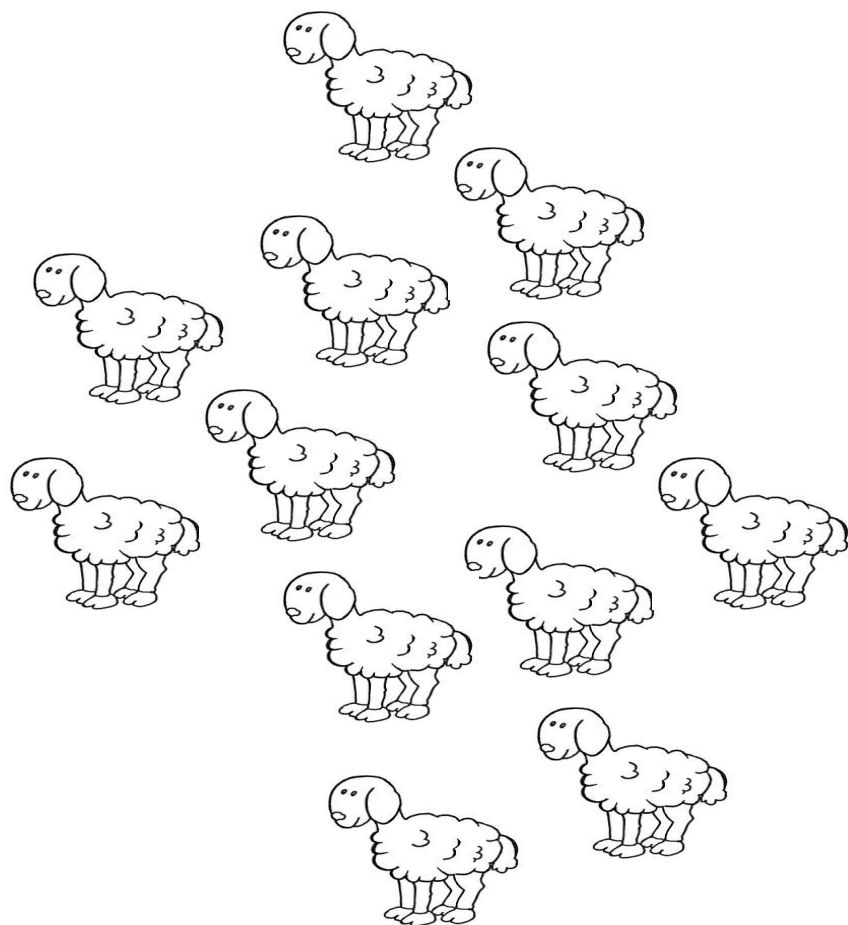


Determinare e rappresentare una quantità



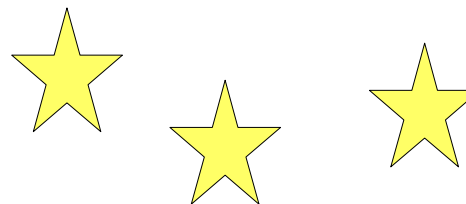
3

Determinare e rappresentare una quantità

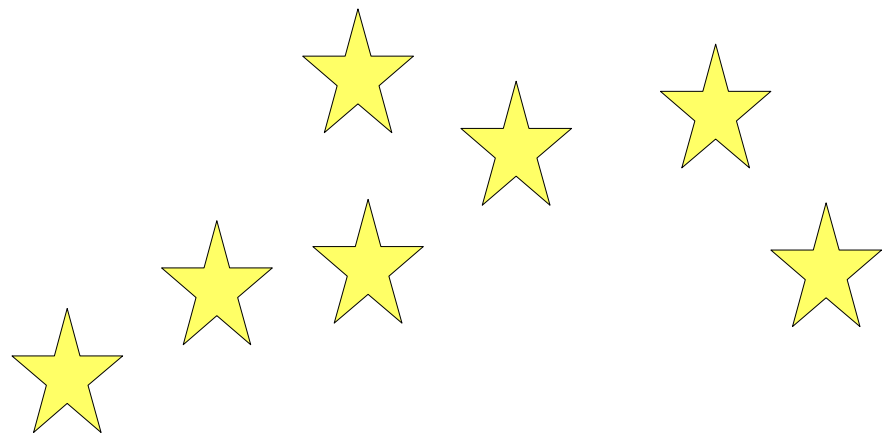
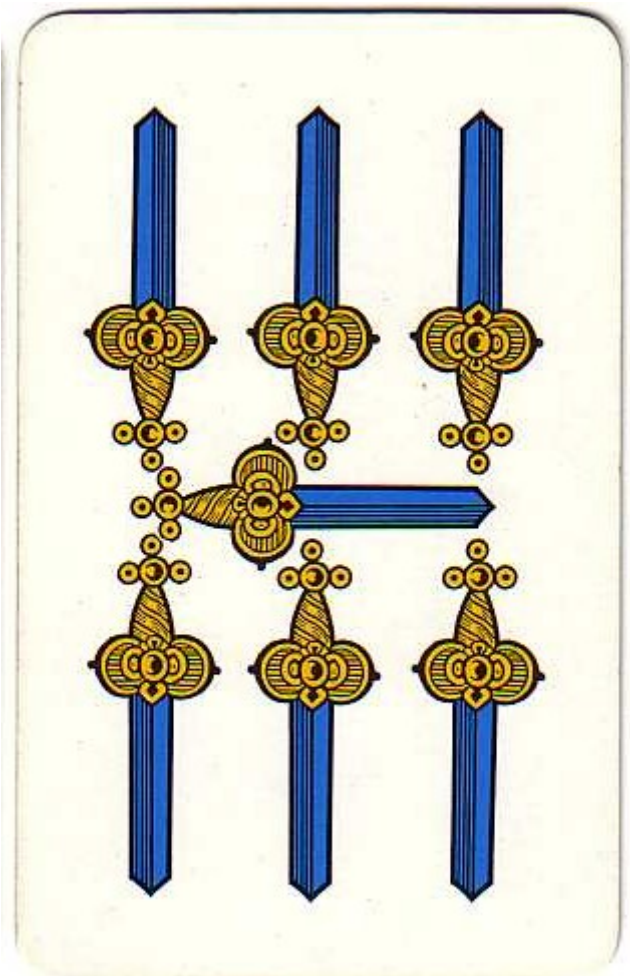


.....▶ 12

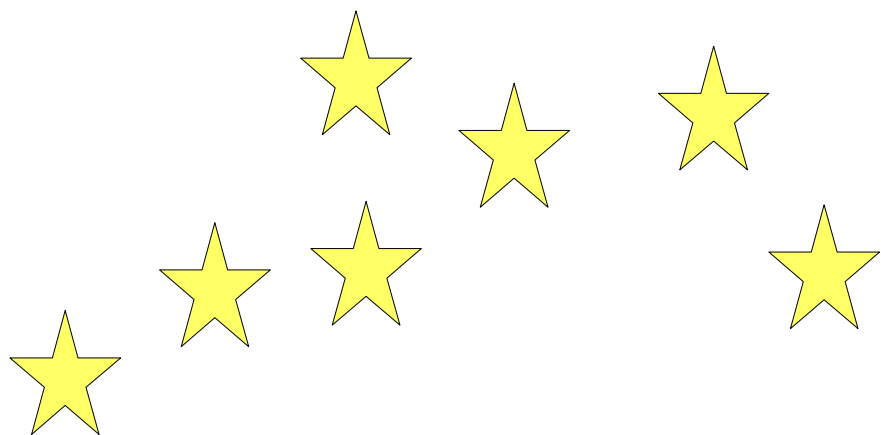
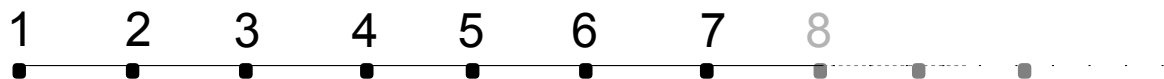
Determinare e rappresentare una quantità



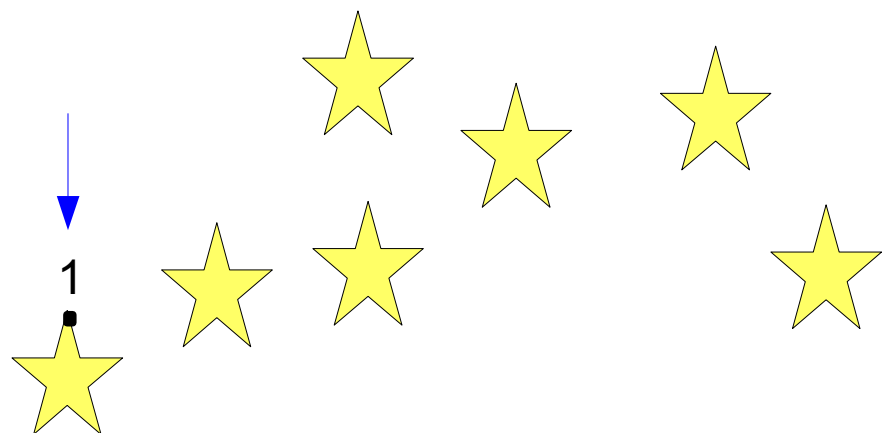
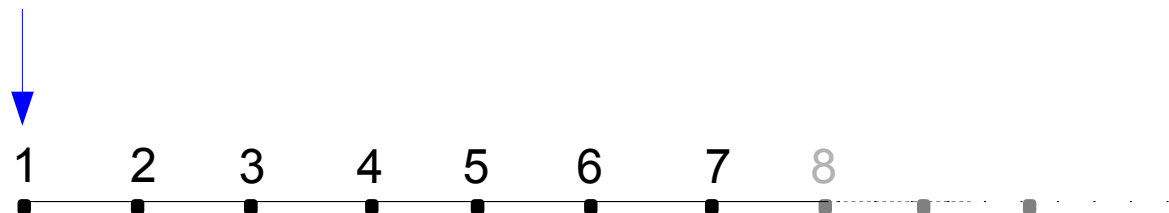
Determinare e rappresentare una quantità



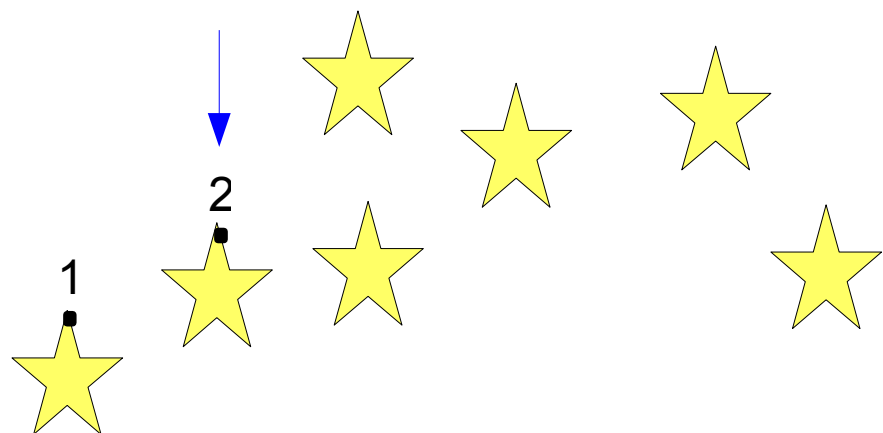
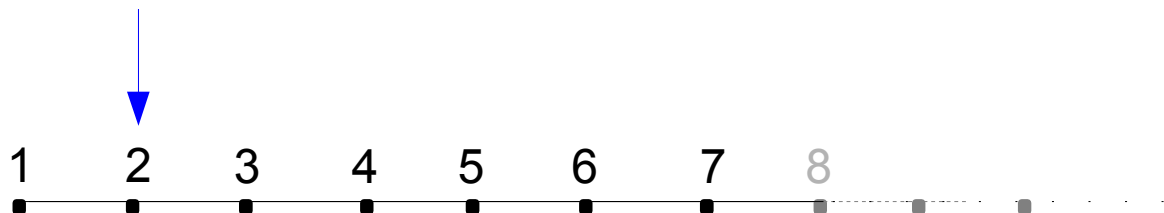
Determinare e rappresentare una quantità



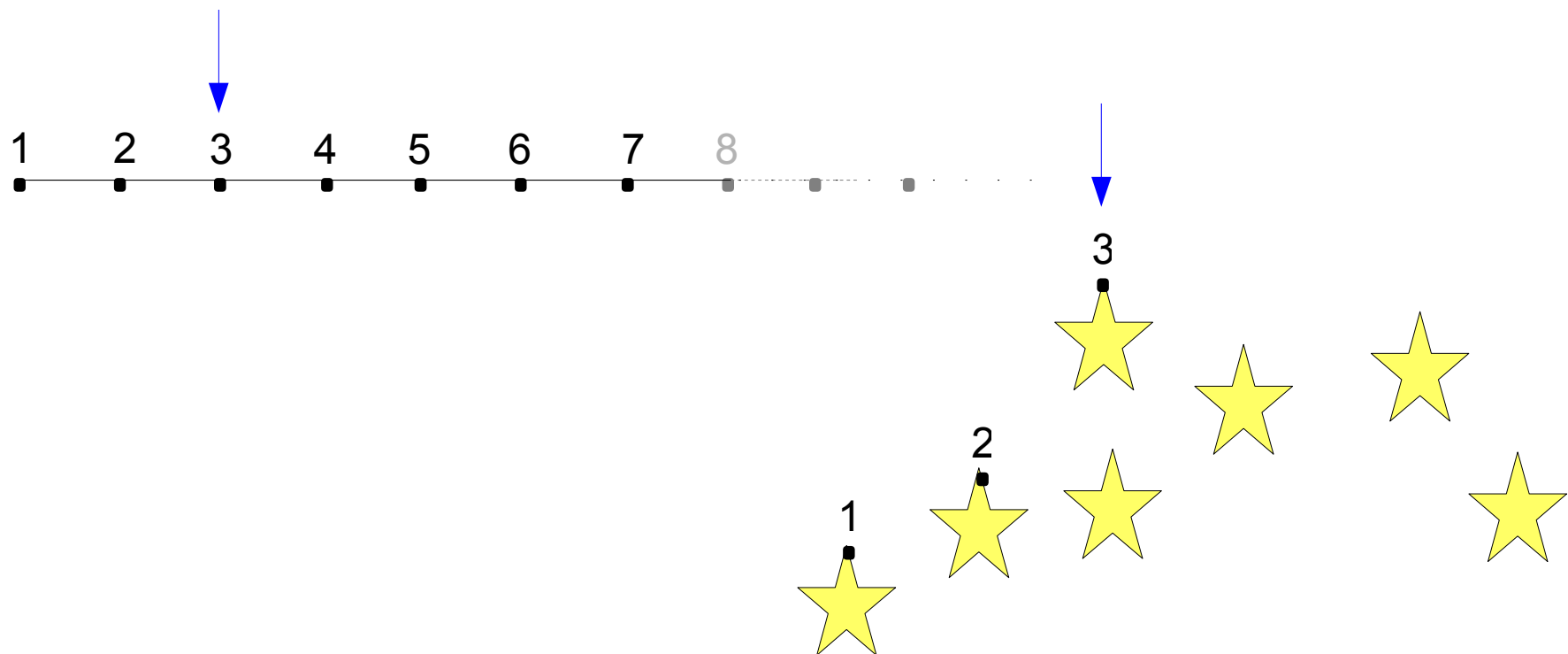
Determinare e rappresentare una quantità



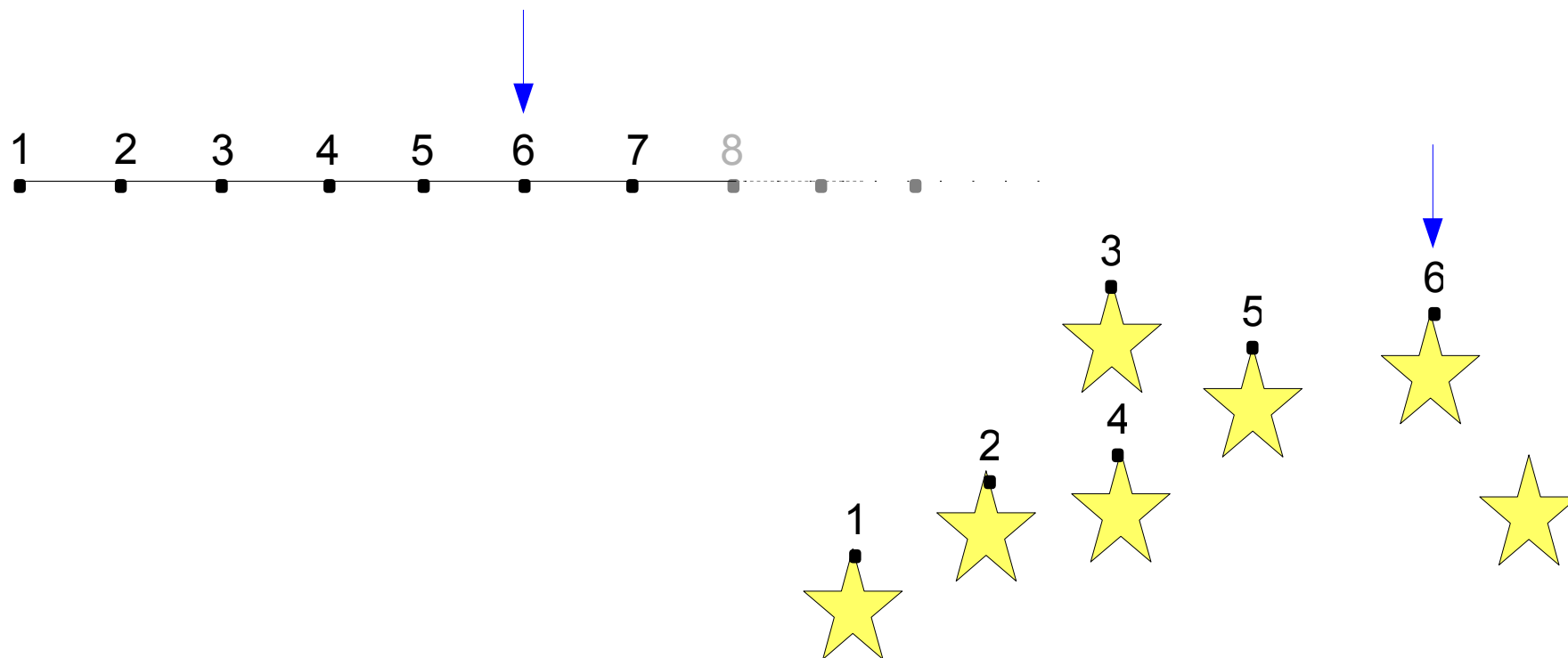
Determinare e rappresentare una quantità



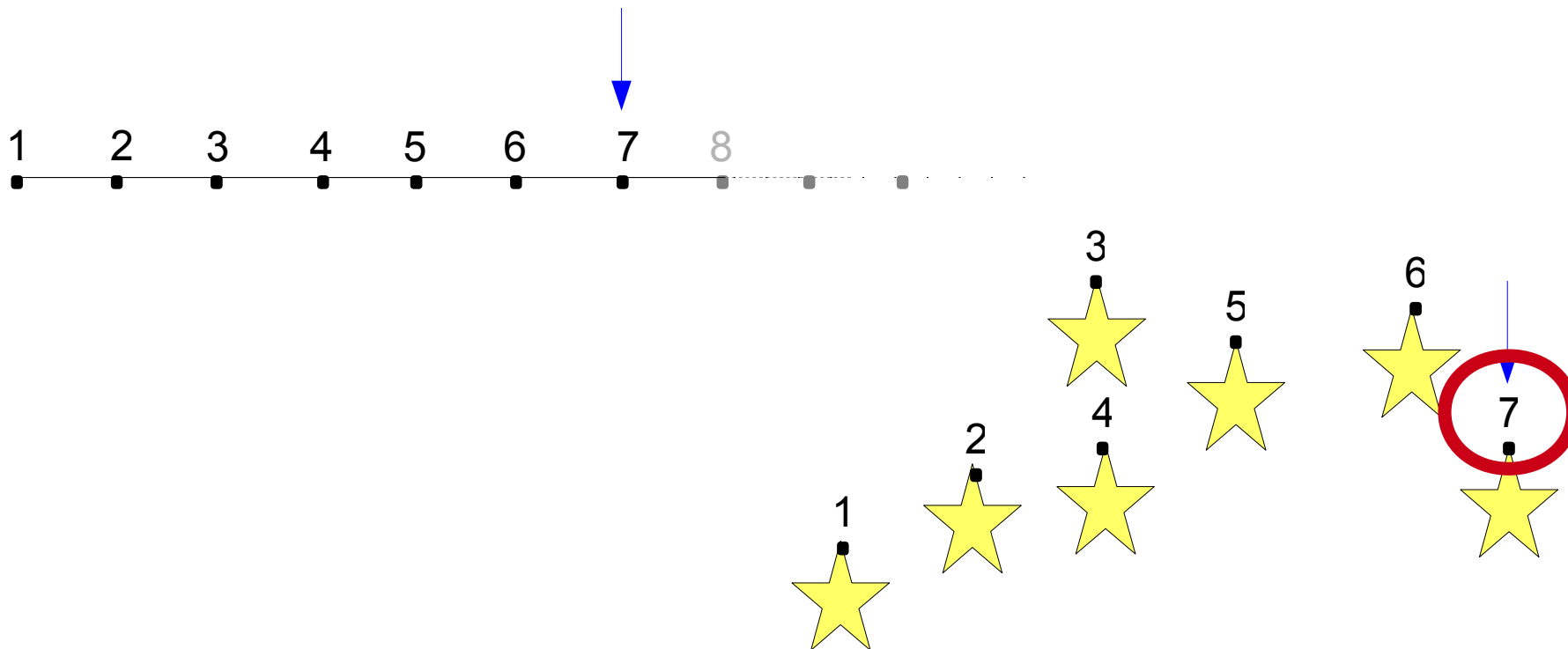
Determinare e rappresentare una quantità



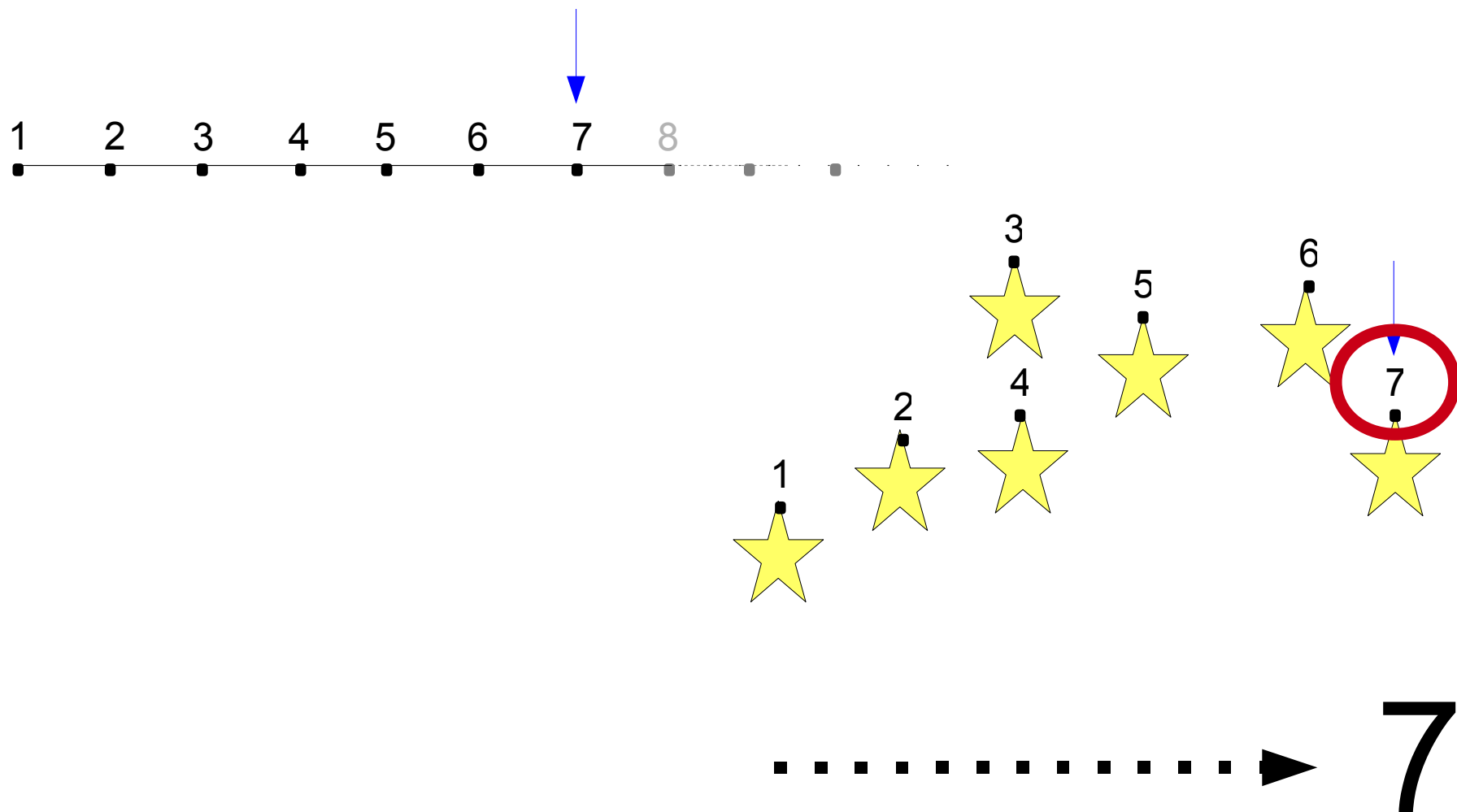
Determinare e rappresentare una quantità



Determinare e rappresentare una quantità

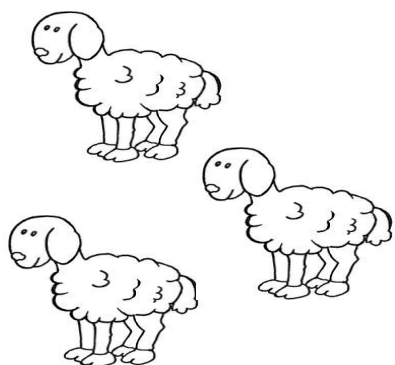


Determinare e rappresentare una quantità

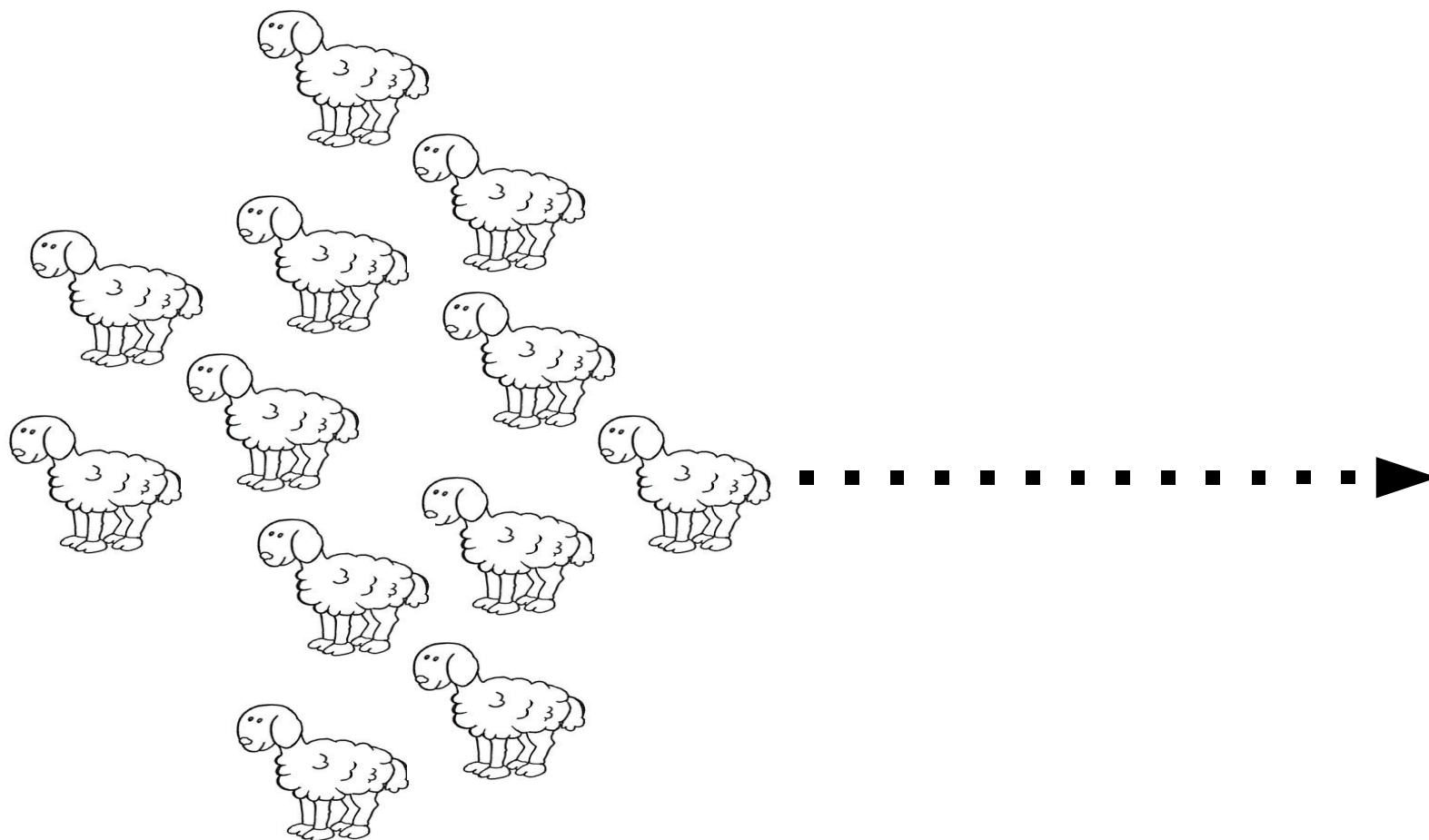


Determinare e rappresentare una quantità

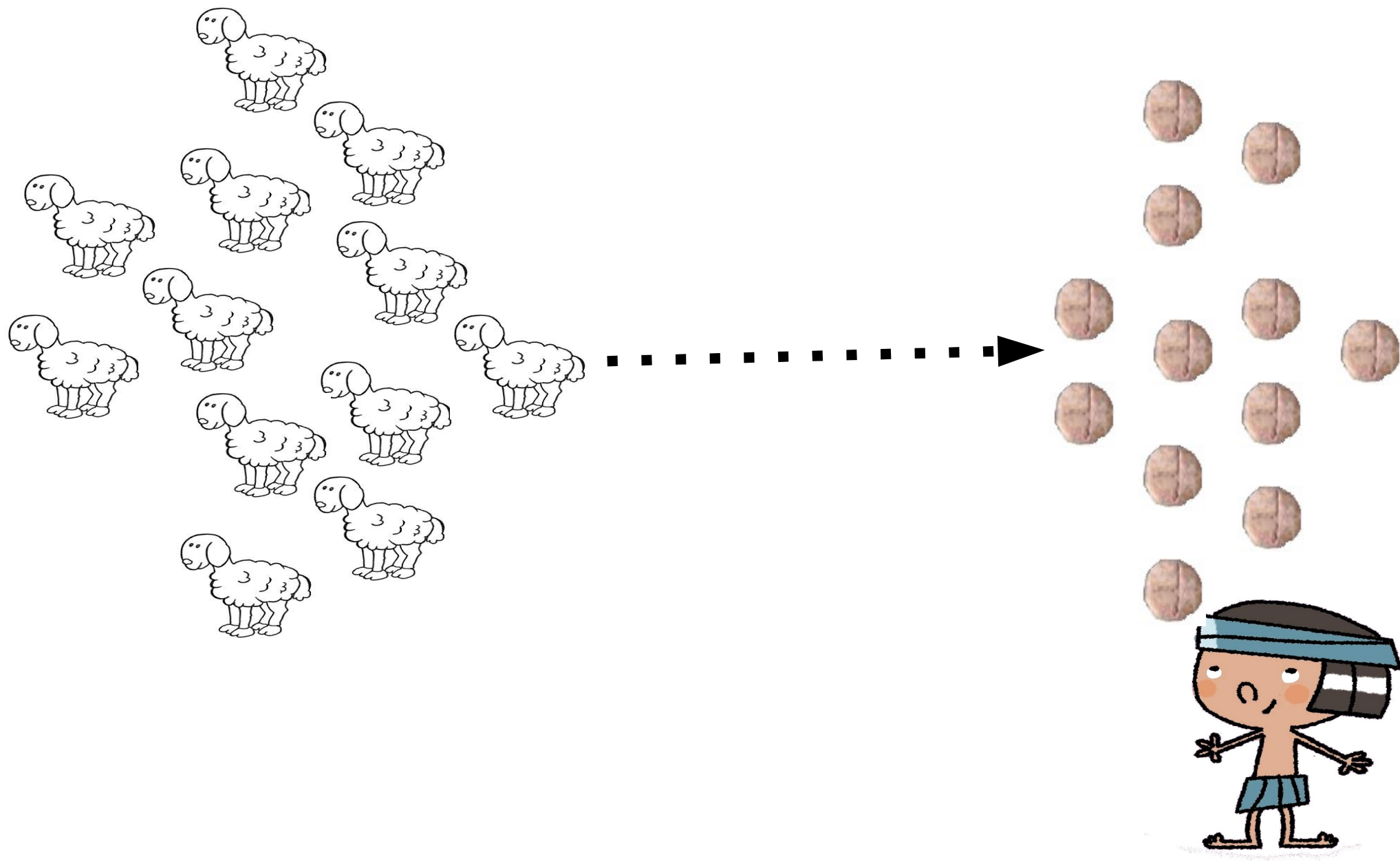
La storia: i sumeri



Determinare e rappresentare una quantità



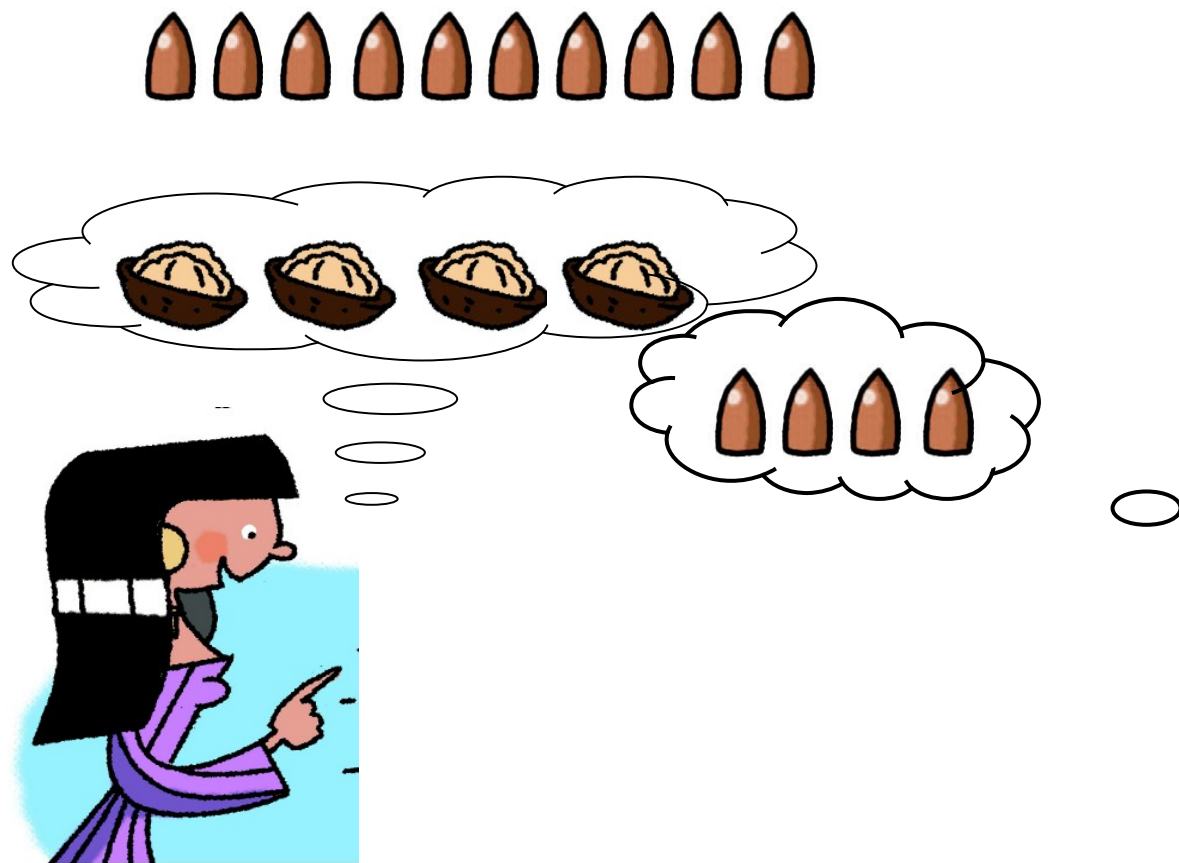
Determinare e rappresentare una quantità





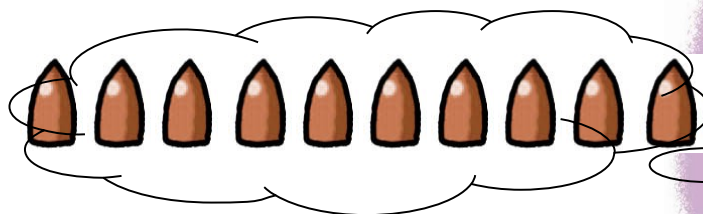
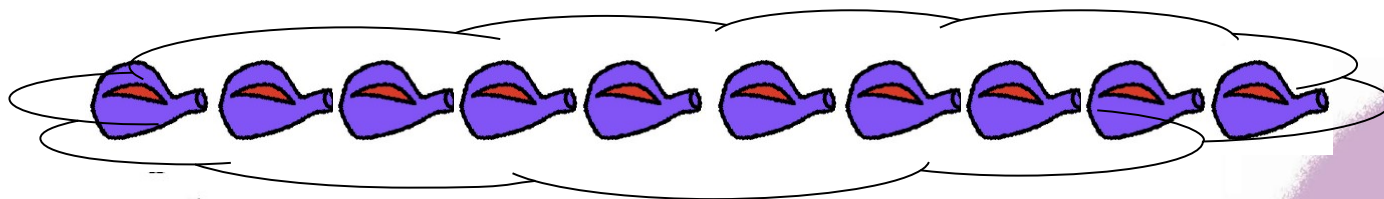
Numeri e conti presso gli antichi sumeri

I “calcoli” sumeri



Numeri e conti presso gli antichi sumeri

I “calcoli” sumeri



Numeri e conti presso gli antichi sumeri

I “calcoli” sumeri



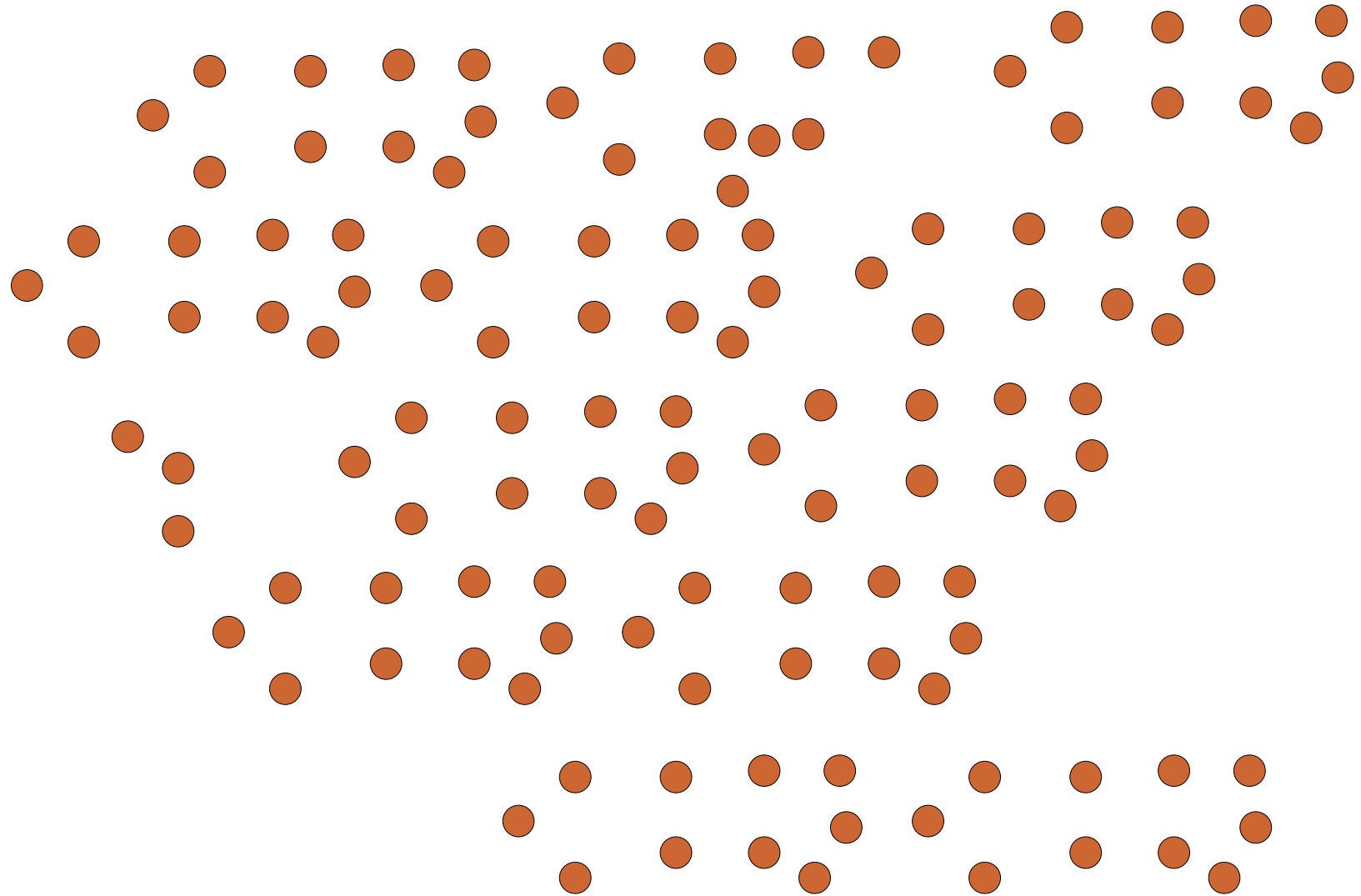
Numeri e conti presso gli antichi sumeri



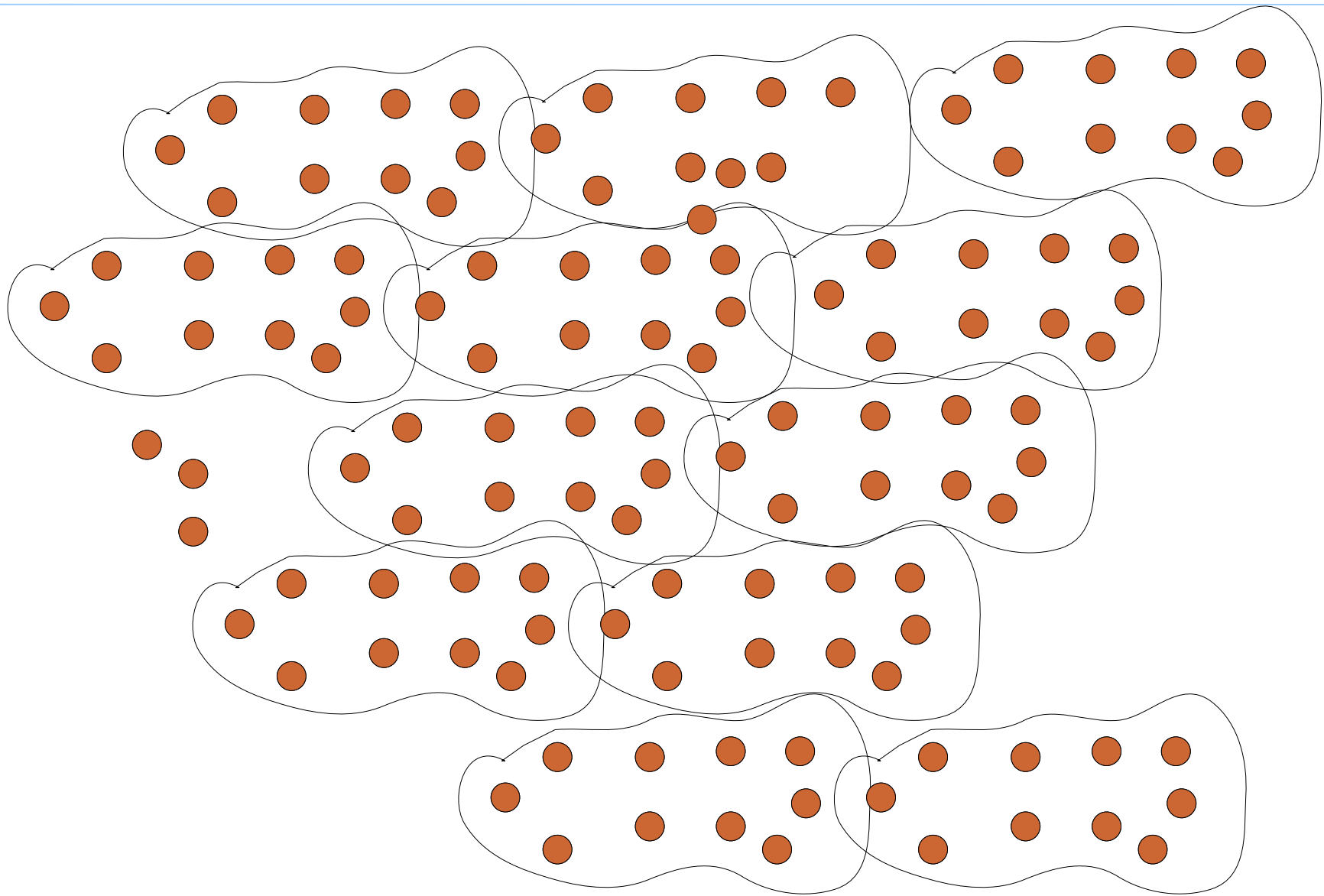
Numeri e conti presso gli antichi sumeri



Basi e rappresentazioni



Basi e rappresentazioni



Numeri e conti presso gli antichi sumeri



1



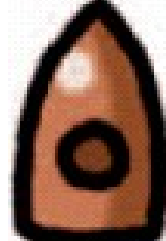
10



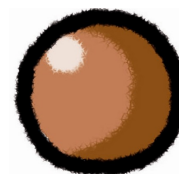
60



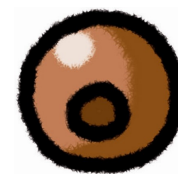
600



3600



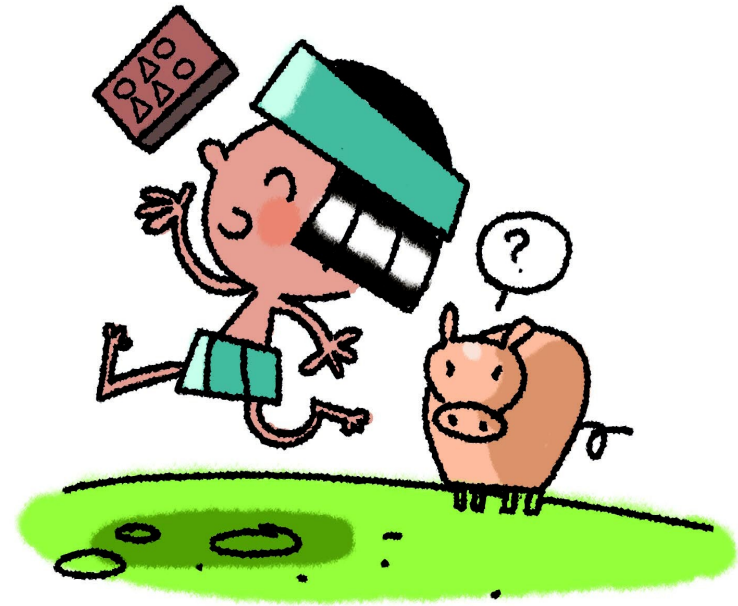
36000



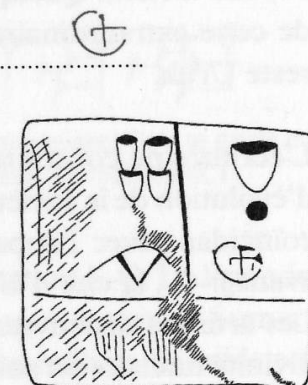
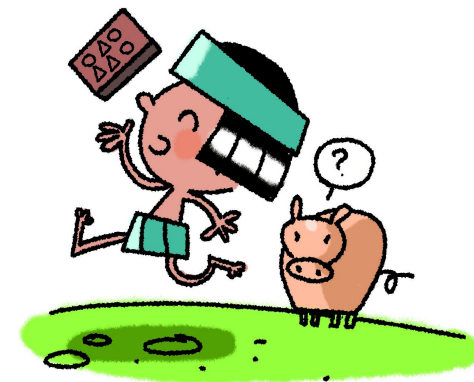
Numeri e conti presso gli antichi sumeri



Numeri e conti presso gli antichi sumeri



Numeri e conti presso gli antichi sumeri



Numeri e conti presso gli antichi sumeri

momenti di laboratorio



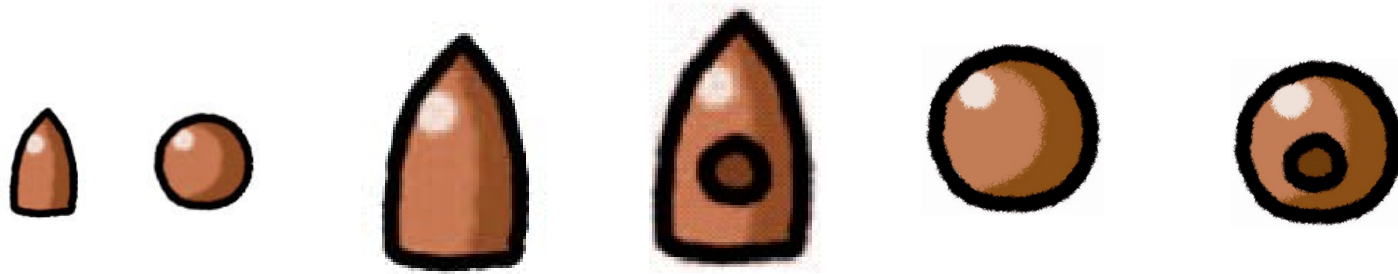
Numeri e conti presso gli antichi sumeri



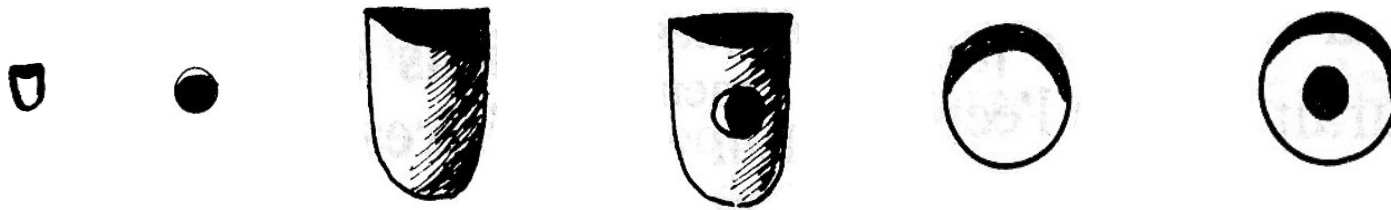
Multipli di 10



Numeri e conti presso gli antichi sumeri

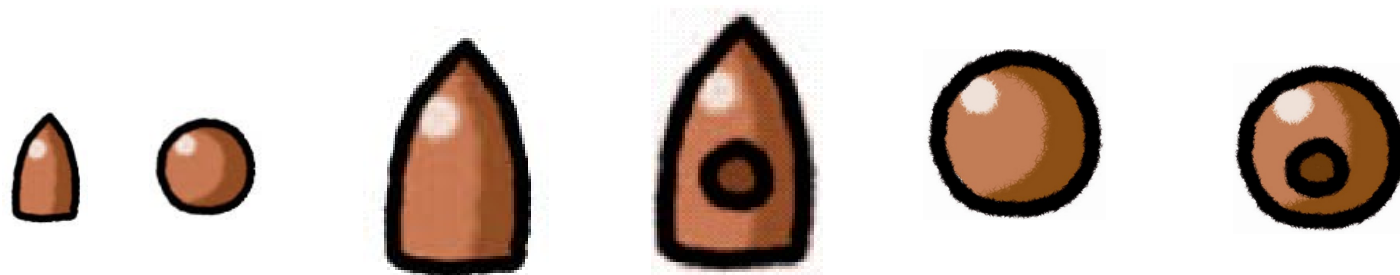


calculi sumeri

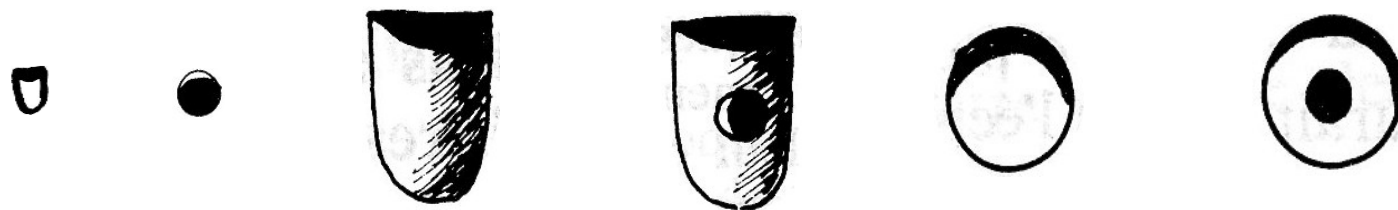


*curviforme
sumera*

Numeri e conti presso gli antichi sumeri



calculi sumeri



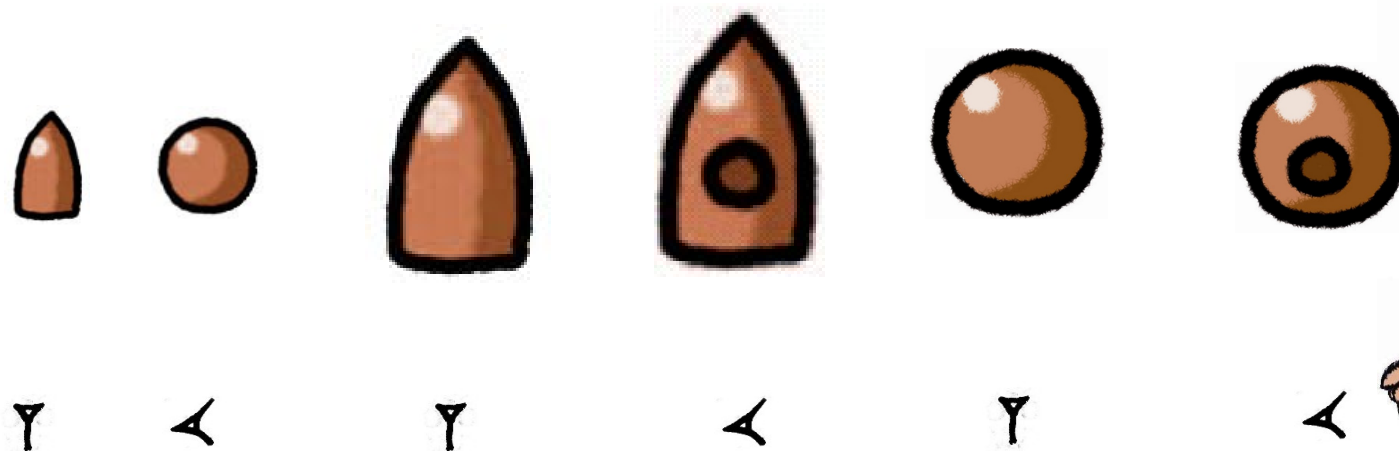
*curviforme
sumera*



*cuneiforme
sumera*

Numeri e conti presso gli antichi sumeri

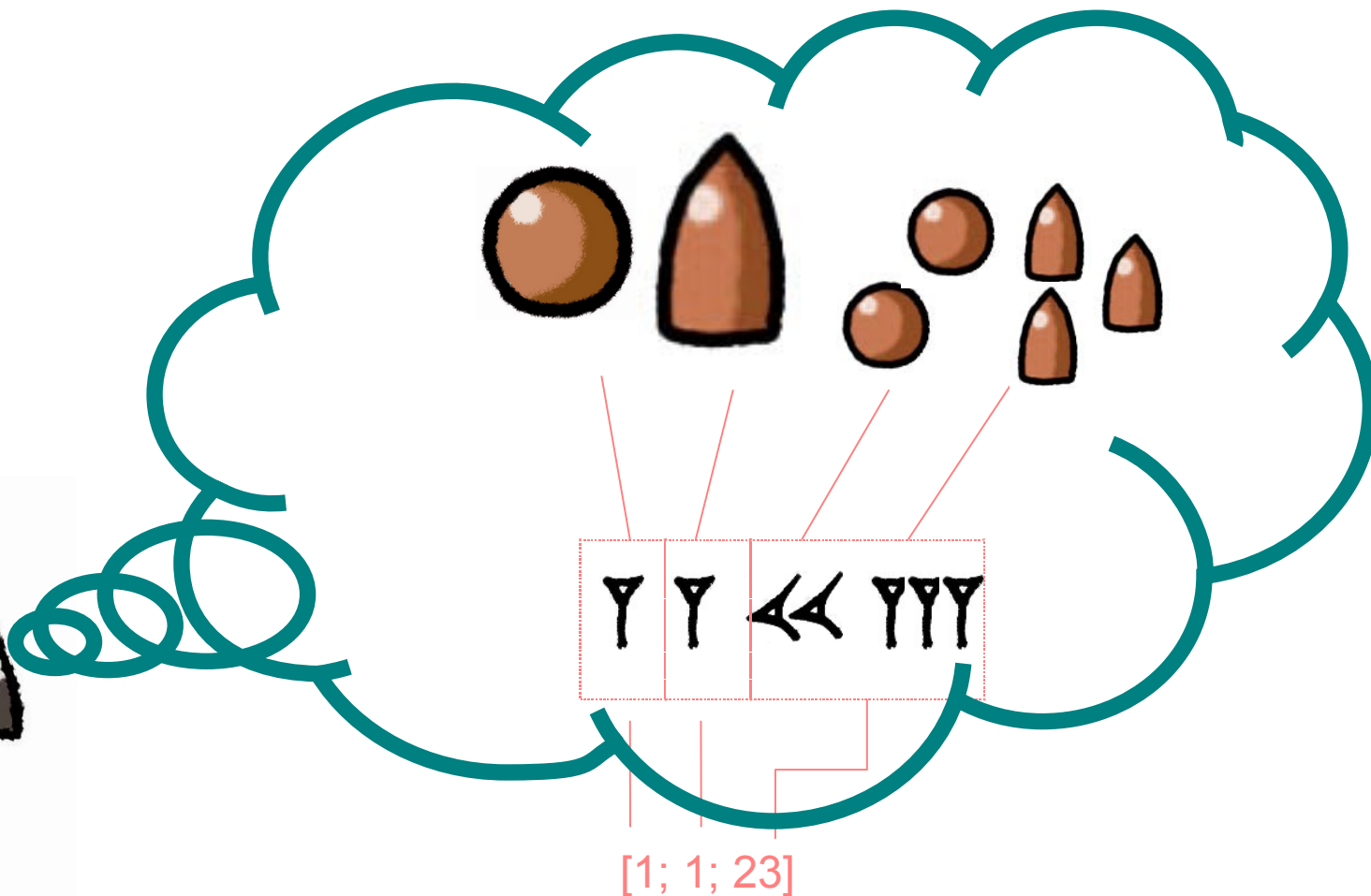
fino alla scrittura
posizionale
babilonese



Numeri e conti presso gli antichi sumeri

dai sassi al sistema sessagesimale posizionale

3683



Numeri e conti presso gli antichi sumeri

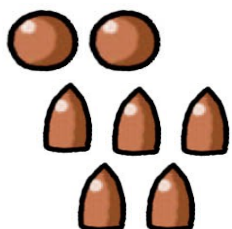
dai sassi al sistema sessagesimale posizionale



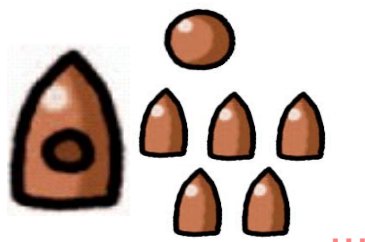
Una stessa scrittura può avere
più interpretazioni



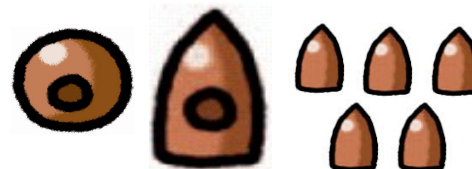
[25]



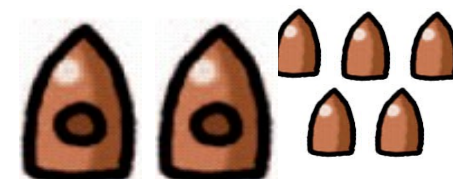
[10; 15]



[10; 10; 5]



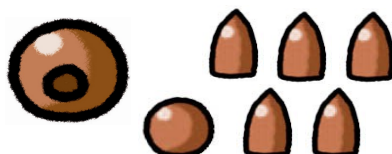
[20; 5]



[25; 0]



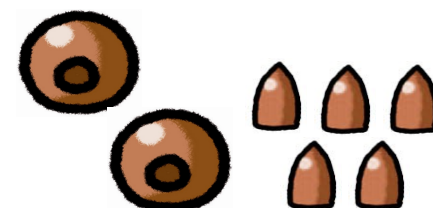
[10; 0; 15]



[10; 15; 0]



[20; 0; 5]

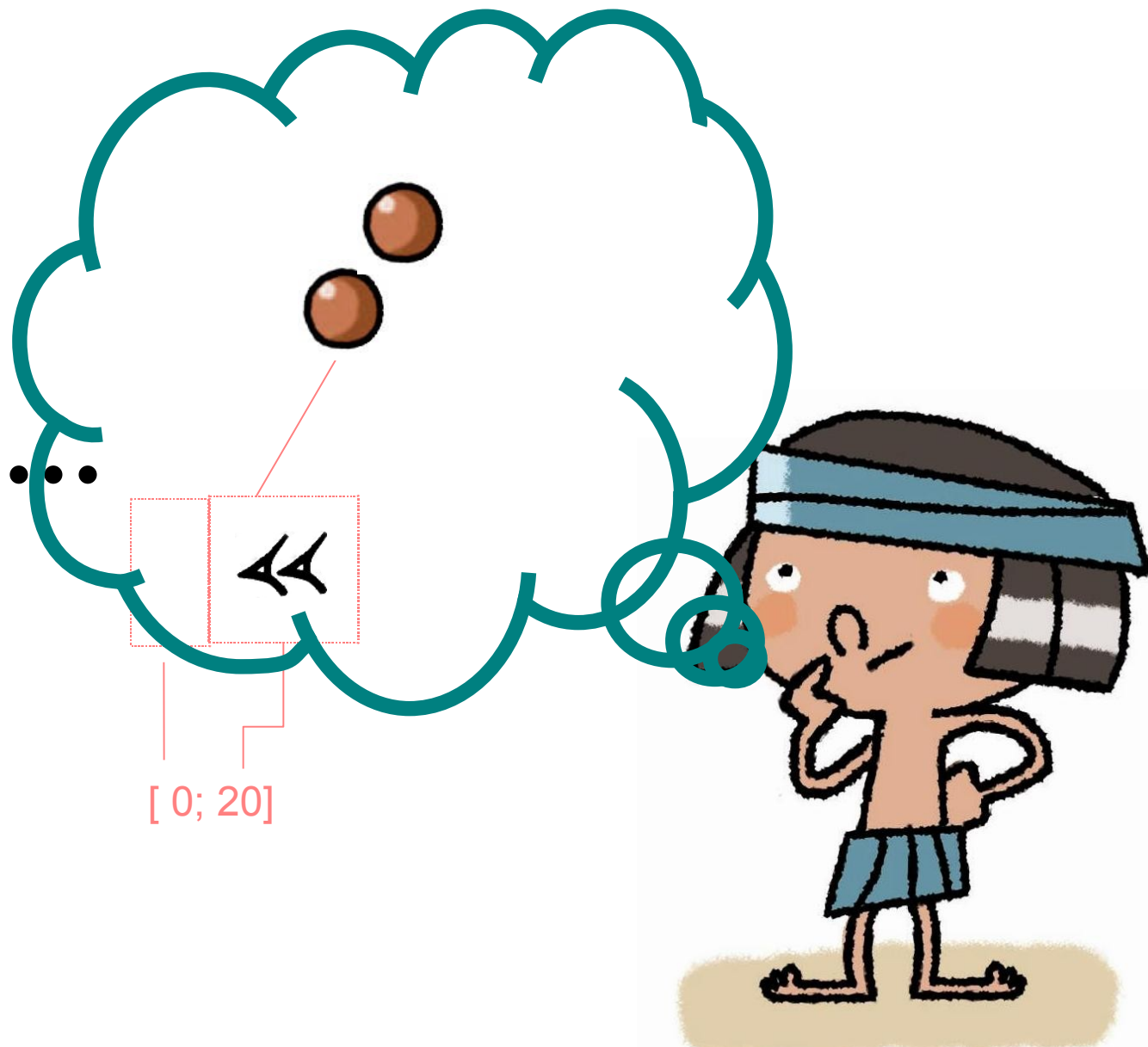


Numeri e conti presso gli antichi sumeri

dai sassi al sistema sessagesimale posizionale

1/3

0,3333333...



Numeri e conti presso gli antichi sumeri

- I laboratori al museo
- I laboratori a scuola

sperimentazioni

INTERAZIONI con

- CLASSI
- INSEGNANTI
(ormazione)

**divulgazione
didattica**

sperimentazioni

Scuole e maestre

Esempi di laboratorio

Scuola dell'Infanzia J. Piaget Sesto
Fiorentino (FI) – 2004

Scuola dell'Infanzia IC Masaccio - San
Giovanni Valdarno - 2010/2011

Scuola Primaria classe IV Sesto
Fiorentino (FI) – 2008

Primarie Statali - I Circolo “P. G. Minozzi”
- Matera classi IV – 2011 -2012 – Progetto
EU Leonardo TOI

Scuola Primaria classe I E Primo Circolo
Borgo San Lorenzo (FI)- 2013

INTERAZIONI con

- **CLASSI**
- **INSEGNANTI**

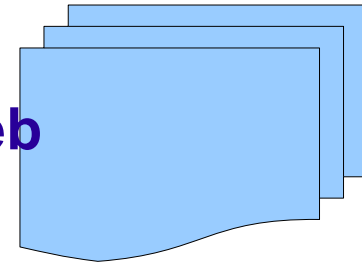
sperimentazioni

Scuole e maestre

Esempi di laboratorio

**Scuola dell'Infanzia J. Piaget Sesto
Fiorentino (FI) – 2004**

→ **Pagina web**



**Inserimento nel contesto delle attività didattiche
Nuove attività
Capacità specifiche raggiunte**

sperimentazioni

Scuole e maestre

Esempi di laboratorio

Inserimento nel contesto delle attività didattiche
Nuove attività
Risultati raggiunti

Scuola dell'Infanzia
ISTITUTO COMPRENSIVO STATALE
MASACCIO - San Giovanni Valdarno -
2010/2011

→ **Pagina web PDF**
Primo Convegno Nazionale
La storia della matematica in classe



sperimentazioni

Scuole e maestre

Esempi di laboratorio

Scuola Primaria V. da Feltre Sesto
Fiorentino classi IV A e B– 2008

- **Moltiplicazione**
- **Problemi**

- **Lettura relazione**
- **Presentazione attività svolte**

sperimentazioni

Scuole e maestre

Esempi di laboratorio

**Primaria Statale “Cappelluti”- I Circolo “P. G. Minozzi” - Matera
classi IV A e B – 2011-2012 – Progetto EU Leonardo TOI**

**Primaria Statale “F.S.Nitti”- I Circolo “P. G. Minozzi” - Matera classi
IV A e B – 2011-2012 – Progetto EU Leonardo TOI**

Osservazioni delle maestre

- **Quaderni**
- **Quaderno Chiara – sostegno disabilità**

sperimentazioni

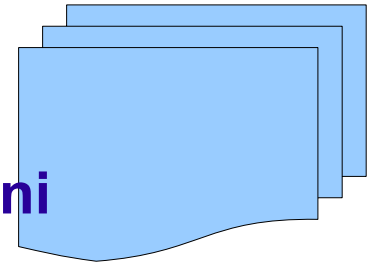
Scuole e maestre

Esempi di laboratorio

Scuola Primaria classe I E Primo Circolo
Borgo San Lorenzo (FI)- 2013

→ **Manipolazione tra scuola Waldorf e Montessori**

→ **disegni**



sperimentazioni

Scuole e maestre

Esempi di laboratorio

CONCLUSIONI

IL RUOLO DEL TEMPO

le “radici storiche”