

L'analisi semiotica in ottica multimodale: dalla costruzione di un quadro teorico al networking con altre teorie

*Cristina Sabena**, *Christina M. Krause***, *Andrea Maffia****

Università di Torino **University of Duisburg-Essen *Università di Modena e Reggio Emilia*

ABSTRACT ESTESO

INTRODUZIONE

Il seminario verte sul ruolo dell'*analisi semiotica* per studiare i processi di apprendimento-insegnamento della matematica e si propone di presentare e discutere

- le ricerche che hanno contribuito all'elaborazione di un quadro teorico in cui tali processi sono considerati nella loro *multimodalità*;
- esperienze di *networking* di questo quadro con altri quadri.

Il termine 'multimodalità' proviene da campi di ricerca esterni alla didattica della matematica, che si occupano di studiare come l'essere umano comprende la realtà che lo circonda (in particolare le neuroscienze, dove si parla di 'neuroni multimodali') e come comunica (soprattutto in relazione ai nuovi mezzi di comunicazione). In relazione all'educazione matematica, 'multimodale' e 'multimodalità' vengono a sottolineare la coesistenza e l'importanza di diverse modalità o risorse nei processi di apprendimento e insegnamento: le parole (scritte o parlate), i simboli specifici della disciplina (come quelli dell'algebra), diagrammi e grafici, ma anche schizzi, gesti, posizioni del corpo, toni della voce e tutti quegli aspetti legati alla natura embodied della conoscenza (Edwards & Robutti, 2014).

Negli ultimi 10-15 anni diverse ricerche hanno studiato il ruolo di queste risorse considerandole non come semplici elementi accidentali ma come elementi centrali del pensiero matematico di studenti e insegnanti (Nemirovsky & Ferrara, 2009; Radford, Edwards & Arzarello, 2009; Roth, 2009). Un possibile inquadramento teorico è *l'analisi di tipo semiotico*, che va a considerare ciascuna di queste risorse come segni importanti per i processi studiati. Ma quali idee di segno risultano adatte per inquadrare le risorse multimodali nei processi di insegnamento-apprendimento della matematica in classe? E quali tipi di analisi sono maggiormente efficaci per studiare questi processi?

A partire da queste domande di tipo teorico e metodologico, nella prima parte del seminario (giovedì pomeriggio) saranno presentate le problematiche relative alla costruzione e all'utilizzo di un quadro semiotico adatto ad includere gli aspetti multimodali (in primis i gesti) nell'insegnamento-apprendimento della matematica: il *semiotic bundle* (Arzarello, 2006; Arzarello & Robutti, 2008; Sabena, 2008; Arzarello et al., 2009). La discussione dell'inquadramento teorico sarà condotta da una parte collocandola nella ricerca nazionale e internazionale e dall'altra ancorandola ad esempi (analisi di video), risultati raggiunti, problemi aperti.

Nella seconda parte del seminario (venerdì mattina) il quadro teorico presentato verrà messo in dialogo con altri quadri, attraverso la presentazione di due esperienze di ricerca condotte nell'ottica del *Networking of theories* (Bikner-Ahsbahs & Prediger, 2014) con giovani ricercatori. La prima esperienza metterà in relazione il quadro del *Semiotic Bundle* con la Teoria della Mediazione Semiotica (TSM) elaborata da Bartolini Bussi e Mariotti (2009). Si tratta di un *networking* tra due teorie che condividono molti presupposti teorici, derivanti dalla comune matrice Vygotskiana. Nella seconda esperienza il *Semiotic Bundle* sarà *networkato* con una teoria di stampo costruttivista: la Teoria delle Interest Dense Situations (IDS) elaborata da Bikner-Ahsbahs (come descritto in Bikner-Ahsbahs & Halverscheid, 2014).

L'organizzazione complessiva e la prima parte del seminario saranno a cura di Cristina Sabena. La seconda parte sarà a cura di Andrea Maffia e Cristina Sabena (per il networking con la TMS) e di Christina Krause e Cristina Sabena (per il networking con l'IDS).

PRIMA PARTE (C. Sabena)

La prima parte del seminario verte sullo studio dei processi di apprendimento e insegnamento della matematica considerandoli attività intrinsecamente *multimodali*. Il termine è stato preso a prestito dalle neuroscienze, e in particolare dagli studi di Gallese e Lakoff (2005), dove indica una caratteristica del funzionamento cognitivo umano messo in luce dai recenti risultati sui neuroni specchio, ossia il fatto di operare in modo multimodale invece che modulare: ciò significa che, per esempio,

an action like grasping [...] (1) is neurally enacted using neural substrates used for both action and perception, and (2) the modalities of action and perception are integrated at the level of the sensory-motor system and not via higher association areas (ibid., p. 459).

In particolare, tale integrazione risulterebbe fondamentale non solo per il controllo motorio, ma anche per la progettazione di azioni: attività propria e centrale per ciò che, in generale, viene considerato il “pensare”.

Una posizione affascinante sul ruolo cognitivo delle attività percettivo-motorie è proposta da Nemirovsky (2003):

While modulated by shifts of attention, awareness, and emotional states, understanding and thinking are perceptuo-motor activities; furthermore, these activities are bodily distributed across different areas of perception and motor action based on how we have learned and used the subject itself. This conjectures implies that the understanding of a mathematical concept rather than having a definitional essence, spans diverse perceptuo-motor activities, which become more or less active depending of the context (ibid., p. 108).

D'altro canto, nel campo della comunicazione, il termine “multimodale” è usato in riferimento alle modalità multiple che abbiamo per comunicare ed esprimere i significati ai nostri interlocutori: parole, suoni, immagini, e così via (Kress, 2004). Con il diffondersi della ricchezza visiva data dalla tecnologia recente (web, giochi, tablets, ...), e lo sviluppo delle possibilità di interazione con essi attraverso il nostro corpo, una prospettiva multimodale sulle dimensioni comunicativa e cognitiva assume una rilevanza crescente.

Trasposto in contesto educativo, il paradigma della multimodalità (Arzarello, 2006; Sabena, 2007; Arzarello & Robutti, 2009) considera l'apprendimento e l'insegnamento della matematica come caratterizzati dall'attivazione di diverse componenti cognitive e semiotiche. In particolare, le attività percettivo-motorie ed “embodied” come i movimenti corporei, i gesti, la manipolazione di materiali o artefatti, il disegnare, i ritmi, vengono ad assumere un ruolo prominente anche per il cosiddetto “pensiero astratto”, dove la matematica fa la parte del leone.

Dalle scienze cognitive ad un approccio semiotico

Gli aspetti percettivi e corporei e la loro fondamentale importanza sulla formazione dei concetti, inclusi i concetti matematici, sono stati messi fortemente in luce dalla prospettiva dell'*embodied cognition* (Lakoff & Núñez, 2000). A cavallo del millennio, nel 2000, uscì il saggio provocatorio *Where Mathematics Comes From*, ad opera di George Lakoff e Rafael Núñez. Il libro, successivamente tradotto anche in italiano, suscitò un grande interesse nella didattica della matematica, ma anche aspre critiche (Lolli, 2002; Schiralli & Sinclair, 2003). L'aspetto innovativo consiste nel proporre una teorizzazione del funzionamento cognitivo umano fondata sulle

esperienze senso-motorie e sui meccanismi inferenziali delle metafore. Attraverso le cosiddette “metafore cognitive”, ogni pensiero di tipo “astratto”, incluso il pensiero matematico più sofisticato, viene spiegato in riferimento a semplici esperienze corporee, come per esempio lo spostarsi da un luogo a un altro. Il classico dualismo mente-corpo di cartesiana memoria è così superato, a favore di una visione “embodied” della mente umana.

Sebbene l'importanza delle esperienze corporee per il pensiero sia sottolineata anche in altre teorizzazioni (si pensi alla teoria piagetiana, dove si parte proprio dalle esperienze senso-motorie per esempio, ma anche agli empiristi prima ancora), l'embodied cognition ha il merito di aver portato l'attenzione dei ricercatori in didattica della matematica su questo tema e di aver fornito, con le metafore cognitive, uno strumento operativo di analisi. Tra le critiche fatte agli autori, si segnalano la mancanza di attenzione agli aspetti sociali, storici e culturali nella genesi dei concetti matematici (Lolli, 2002; Schiralli & Sinclair, 2003; Radford et al., 2005). Volgendo l'attenzione ai possibili rischi di riduttivismo alla mera esperienza corporea di alcuni approcci embodied al pensiero umano, Radford et al. (2005) sottolineano che

An account of the embodied nature of thinking must come to terms with the problem of the relationship between the body as a locus for the constitution of an individual's subjective meanings and the historically constituted cultural system of meanings and concepts that exists prior to that particular individual's actions. (p.114).

In particolare, nella descrizione embodied dell'origine cognitiva degli oggetti matematici, sono spesso trascurate alcune componenti essenziali all'attività matematica, quali l'uso di strumenti e di segni.

A partire da queste considerazioni, nella tesi di Dottorato ho preso in considerazione, in particolare, la relazione dialettica tra *corpo* e *segni* nella formazione del pensiero matematico e nei relativi processi didattici (Sabena, 2007). L'interesse per i segni deriva dal ruolo importante che essi rivestono in matematica. Gli “oggetti matematici” sono infatti caratterizzati dall'essere per loro natura non direttamente accessibili ai sensi, bensì sempre mediati da rappresentazioni o segni (come per esempio il grafico di una funzione per rappresentare la funzione stessa).

Considerando la centralità del corpo e dei segni nella formazione del pensiero matematico, l'attenzione è stata quindi rivolta a quelle espressioni corporee che possono rivestire una funzione rappresentativa, ossia i *gesti*, e a studiarne il ruolo nelle attività matematiche svolte in classe. Mi sono quindi occupata di approfondire se e quale contributo possano dare all'apprendimento e all'insegnamento della matematica i gesti, considerandoli nell'interazione dialettica con gli altri sistemi rappresentativi utilizzati, in particolare le parole e i segni scritti di vario tipo (si pensi al linguaggio algebrico). Si tratta di ricerche per lo più svolte insieme ad altri ricercatori, e in particolare a Ferdinando Arzarello, Luciana Bazzini, Francesca Ferrara e Ornella Robutti dell'Università di Torino, e Luis Radford dell'Università Laurenziana a Sudbury in Canada.

Per inquadrare in modo unitario queste diverse componenti, Arzarello ha messo a punto la nozione di *semiotic bundle*¹:

A semiotic bundle is a system of signs — with Peirce's comprehensive notion of sign — that is produced by one or more interacting subjects and that evolves in time. Typically, a semiotic bundle is made of the signs that are produced by a student or by a group of students while solving a problem and/or discussing a mathematical question. Possibly the teacher too participates to this production and so the semiotic bundle may include also the signs produced by the teacher² (Arzarello et al., 2009, p. 100).

¹ Una traduzione letterale è “fascio semiotico”.

² Un semiotic bundle è un sistema di segni – secondo l'accezione inclusiva di segno di Peirce— che è prodotto da uno o più soggetti che interagiscono tra loro e che evolve nel tempo. Tipicamente, un semiotic bundle è costituito dai segni prodotti da uno o più studenti mentre viene risolto un problema e/o è discussa

Un semiotic bundle è composto da diversi tipi di segni, includendo sia i classici registri di rappresentazione (Duval, 2006), sia segni embodied come i gesti. I vari segni sono considerati insieme ai modi di produzione e alle relazioni tra di essi. Utilizzando una terminologia matematica, Arzarello (2006) ha definito infatti il semiotic bundle a partire dalla definizione di insieme semiotico (semiotic set) come

- a) un insieme di segni che possono essere prodotti da diverse azioni con carattere intenzionale, come parlare, scrivere, disegnare, gesticolare, usare un artefatto;
- b) un insieme di modi per la produzione dei segni e la loro trasformazione: possono essere algoritmici ma anche modalità più flessibili usate da un soggetto;
- c) un insieme di relazioni tra questi segni, con i loro significati soggiacenti.

Un semiotic bundle risulta definito come

- (i) una collezione di insiemi semiotici;
- (ii) un insieme di relazioni tra tali insiemi.

Il semiotic bundle è quindi caratterizzato fortemente da un aspetto sistematico, finalizzato allo studio delle *relazioni tra i vari segni* durante i processi di insegnamento-apprendimento. Queste relazioni possono essere di tipo statico o dinamico e per meglio coglierle è possibile studiare il bundle con due modalità di analisi:

- l'*analisi sincronica*, rivolta all'analisi delle relazioni tra i segni in un determinato momento (come una sorta di "fotografia semiotica");
- l'*analisi diacronica*, rivolta all'evoluzione dei segni nel tempo, le loro trasformazioni e la trasformazione delle loro relazioni (come una sorta di "film semiotico").

La nozione di semiotic bundle considera un'accezione molto ampia di *segno*, che proviene dalla semiotica di Peirce (1931-1958): ogni cosa che può essere interpretata da qualcuno, in una qualche maniera, può essere considerata un segno. A differenza di altri approcci semiotici che sottolineano l'aspetto sistematico delle rappresentazioni in matematica (come ad esempio i registri di rappresentazione di Duval, 1996), con la nozione di semiotic bundle si possono quindi considerare come segni anche i gesti di studenti e insegnanti mentre cercano di interpretare e risolvere un problema o una questione matematica.

Più recentemente, il semiotic bundle è stato inserito in una prospettiva più marcatamente Vygotskiana, dove la dimensione culturale in cui i concetti matematici nascono ed evolvono, insieme al ruolo dei segni in essa, ha importanza preminente (Arzarello & Sabena, 2014; Radford & Sabena, 2014).

Focus sui gesti

L'analisi degli aspetti multimodali si è dedicata in particolare a considerare il ruolo dei gesti nell'attività matematica e nei suoi processi di apprendimento e insegnamento.

I gesti di accompagnamento al discorso (in inglese: *gesture, gesticulation*) sono un fenomeno molto diffuso, che è stato evidenziato in tutte le culture studiate. Essi sono diventati oggetto di studi da parte della psicologia a partire dagli anni '80, con i lavori pionieristici di Adam Kendon. Per la prima volta si iniziò infatti a considerare i gesti come *un aspetto costitutivo della comunicazione* stessa (Kendon, 1980), in netto contrasto con le prospettive precedenti, che li consideravano semplici abbellimenti del discorso, artifici retorici o modi per scaricare eccessi di energia.

una questione matematica. Eventualmente anche l'insegnante partecipa a questa produzione, e quindi il semiotic bundle può includere anche i segni prodotti dall'insegnante [Trad. dell'autrice].

Oggi la ricerca in diverse discipline (dalla psicologia alla linguistica cognitiva, all'antropologia) converge nell'evidenziare la fondamentale importanza dei gesti non solo nella comunicazione, ma anche *nei processi di pensiero*:

[Gestures] are tightly intertwined with spoken language in time, meaning, and function; so closely linked are they that we should regard the gesture and the spoken utterance as different sides of a single underlying mental process³ (McNeill, 1992, p. 1).

A sostegno di questa tesi sono citate evidenze del fatto che gesti e parole appaiono intimamente legati sotto diversi aspetti (*ibid.*, pp. 26 sgg.): essi sono temporalmente sincronizzati per quanto riguarda gli aspetti fonologici (la fase centrale del gesto coincide con il picco fonologico della frase), ma anche coordinati negli aspetti semantici (il loro contenuto) e pragmatici (la loro funzione). Anche nello sviluppo cognitivo dei bambini gesti e parole procedono insieme. A livello cognitivo, il principale vantaggio che deriva dall'uso dei gesti consiste nell'"alleggerire il carico cognitivo": grazie all'uso dei gesti, la memoria di lavoro (working memory) ha un carico minore, dando la possibilità alle risorse cognitive di riorganizzarsi al meglio (Goldin-Meadow *et al.*, 2001). Queste interpretazioni di tipo cognitivo forniscono elementi che possono spiegare, ad esempio, perché si gesticoli nelle conversazioni telefoniche o perché anche persone cieche dalla nascita usino i gesti; tali fenomeni non sono riconducibili alla sola dimensione comunicativa.

Può essere interessante confrontare questi risultati con quanto afferma Vygotskij sul ruolo costitutivo del linguaggio per la formazione del pensiero:

thought is not merely expressed in words; it comes into existence with them⁴ (Vygotsky, 1934-86, p. 218).

Gli studi psicologici sui gesti vanno nella direzione di estendere tale ruolo costitutivo del linguaggio all'unità linguaggio-gesti:

gestures do not just reflect thought but have an impact on thought. Gestures, together with language, *help constitute thought*⁵ (McNeill, 1992, p. 245, enfasi come nell'originale).

Linguaggio verbale e gesti contribuiscono alla formazione del pensiero e alla sua comunicazione ciascuno secondo le proprie specifiche: il linguaggio è analitico e si sviluppa principalmente in una dimensione temporale, mentre il gesto è sintetico e si sviluppa nelle dimensioni di spazio, tempo, forma, traiettoria. Inoltre, i gesti sono particolarmente efficaci per esprimere in maniera olistica le immagini nello spazio e hanno una dinamicità intrinseca di cui il linguaggio è sprovvisto.

Per esempio, in una classe di Liceo Scientifico osservata per due anni in un progetto di approccio alle funzioni e alle nozioni fondamentali dell'analisi⁶, si è evidenziato un gesto ricorrente tra gli studenti (Figg. 1-2), e usato anche dall'insegnante (Fig. 3). Esso è formato da indice e pollice tenuti ad una distanza di qualche centimetro, come a sostenere un bastoncino.

³ I gesti sono strettamente intrecciati con il linguaggio parlato in termini di tempo, significato e funzione; sono collegati in modo così prossimo che dovremo considerare il gesto e la frase pronunciata come lati diversi di uno stesso singolo processo mentale soggiacente [Trad. dell'autrice].

⁴ Il pensiero non è solo semplicemente espresso dalle parole; esso viene ad esistere attraverso di esse [Trad. dell'autrice].

⁵ I gesti non riflettono semplicemente il pensiero, ma hanno un impatto sul pensiero. I gesti, insieme alle parole, *aiutano a costituire il pensiero*. [Trad. dell'autrice].

⁶ Liceo Scientifico "A. Issel", a.s. 2003-04, 2004-05. L'insegnante della classe è Domingo Paola, insegnante-ricercatore che collabora da anni con il gruppo di ricerca di Torino.



Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Analizzando i video tratti da diverse lezioni nel corso della sperimentazione, ho osservato questo gesto in accompagnamento ad espressioni verbali che fanno riferimento a distanze nel piano cartesiano e agli incrementi delle variabili. Essi costituiscono gli elementi principali che intervengono nella formazione del rapporto incrementale e pertanto l'ho chiamato "gesto- Δ " (Sabena, 2007, 2008).

Attraverso l'analisi del semiotic bundle ho potuto inoltre osservare come il gesto- Δ permetta agli studenti di far intervenire in modo diretto una *componente dinamica* di tipo embodied: nel passaggio al limite del rapporto incrementale, gli studenti hanno infatti spesso utilizzato il gesto facendo avvicinare le dita l'una all'altra. In questa maniera, il gesto si configura come una risorsa semiotica di tipo embodied che illustra in modo dinamico la metafora soggiacente al processo di limite (la metafora dell'avvicinamento).

Oltre agli aspetti funzionali, la letteratura sui gesti fornisce elementi importanti anche per lo studio delle loro caratteristiche e classificazioni, anche se con molteplici posizioni teoriche⁷, a partire dalla definizione stessa di "gesto". Seguendo McNeill (1992) e in linea con la maggior parte degli studi successivi, ho considerato come gesti tutti quei *movimenti delle braccia e delle mani che i soggetti (studenti e insegnanti) compiono mentre svolgono attività matematiche e che non sono parti costitutive di altre azioni* (es: scrivere). Questa definizione da un lato mi ha permesso di identificare e collocare i gesti all'interno del semiotic bundle⁸, dall'altro di utilizzare in modo coerente il quadro di McNeill (1992) per caratterizzare e classificare i gesti. Per esempio, un elemento interessante che caratterizza la produzione dei gesti è l'uso dello spazio. Quando parliamo, infatti, gesticoliamo in grandissima misura in un piano frontale che va circa dalla vita agli occhi e include lo spazio tra le spalle: tale *spazio gestuale* (gesture space) può variare con l'età (per i bambini è più grande) e con la cultura di riferimento del soggetto⁹ (per esempio, per gli italiani e i popoli latini in generale, tale spazio è più grande rispetto agli anglo-americani).

La classificazione di McNeill per i gesti è un altro elemento molto usato in letteratura. Secondo McNeill (*ibid.*), i gesti che accompagnano il discorso possono essere classificati in cinque categorie:

- *iconici*: hanno una relazione di somiglianza con il contenuto semantico del discorso che accompagnano;
- *metaforici*: simili ai gesti iconici, ma il contenuto semantico è un'idea astratta;
- *deittici (pointings)*: solitamente effettuati con il dito indice, indicano oggetti o posizioni nello spazio;
- *battiti*: accompagnano la ritmicità del discorso;

⁷ Approfondimenti e bibliografia sono reperibili in Sabena (2007; 2008).

⁸ Ogni definizione dei gesti risulta problematica. Quella considerata, per esempio, lascia aperta l'interessante questione dell'intenzionalità del gesto, la quale non è stata affrontata nei miei studi.

⁹ Una curiosità: spesso ho incontrato la credenza diffusa, soprattutto tra gli stranieri, che il gesticolare sia una caratteristica prettamente italiana. Gli studi sui gesti mettono invece in luce il contrario, ossia che il gesticolare sia universalmente diffuso. Ciò che caratterizza il gesticolare degli italiani è invece uno spazio gestuale più ampio e quindi più evidente alla percezione.

- *coesivi*: legano insieme parti tematicamente collegate ma temporalmente lontane del discorso.

Ogni tipo di gesto usa lo spazio gestuale in modo diverso: per esempio, gli iconici si verificano solitamente al centro, mentre i deittici nella periferia. Tuttavia, non trattandosi di una classificazione basata sulle caratteristiche fisiche del gesto, bensì sulla relazione con il suo significato e con il discorso correlato, uno stesso gesto può rientrare in più di una categoria. Ad esempio, il gesto- Δ sopra descritto può essere considerato *iconico* in riferimento a dei segmenti disegnati nel piano cartesiano, e *metaforico* in riferimento agli intervalli numerici considerati. Queste due interpretazioni non si escludono a vicenda: al contrario, la componente grafico-geometrica e quella numerica sono entrambe costitutive della natura *blended* del piano cartesiano (per una discussione, si veda Lakoff, G. & Núñez, 2000). A differenza del linguaggio verbale, il gesto gode della possibilità di esprimerli simultaneamente, in una modalità che possiamo chiamare appunto *blended*.

Più recentemente, la funzione coesiva dei gesti è stata maggiormente approfondita da McNeill e teorizzata con la nozione di *catchment* (McNeill 2005). Un *catchment* è riconoscibile quando qualche caratteristica dei gesti si ripete in almeno due gesti, non necessariamente consecutivi: per esempio potrebbero ripetersi la forma del gesto, oppure la posizione nello spazio di un gesto deittico. In altri termini, all'interno del semiotic bundle, un *catchment* risulta evidente da un'analisi di tipo diacronico nella quale si osservano ripetizioni gestuali.

Secondo McNeill, il *catchment* indica coesione discorsiva ed è dovuto alla ricorrenza di immagini¹⁰ visuospatiali ricorrenti nel pensiero di chi parla. I *catchments* possono essere quindi di grande importanza perché darebbero informazioni sui significati soggiacenti al discorso e sulle loro dinamiche:

By discovering the catchments created by a given speaker, we can see what this speaker is combining into larger discourse units – what meanings are being regarded as similar or related and grouped together, and what meanings are being put into different catchments or are being isolated, and thus are seen by the speaker as having distinct or less related meanings. (McNeill et al. 2001, p. 10)

In un contesto di classe, studiare i *catchments* potrebbe dare indicazioni sull'evoluzione dei significati negli studenti, anche quando essi non utilizzano solamente parole e simboli codificati, ma anche i gesti e segni embodied. Inoltre, i *catchments* possono costituire indizi sull'organizzazione di un'argomentazione, a livello logico (si veda Arzarello & Sabena, 2014b).

Dal quadro presentato è possibile evincere come nell'interpretare i gesti occorre considerare tutte le componenti del semiotic bundle: le rappresentazioni grafiche, le produzioni linguistiche, e così via. In altri termini, l'interpretazione di un gesto dipende strettamente dal *contesto* di riferimento dell'attività e dei soggetti coinvolti.

Alcuni esempi da teaching-experiments

Nel seminario il tema della multimodalità e della sua analisi semiotica verrà trattato sia da un punto di vista teorico, sia attraverso l'analisi di alcuni esempi tratti da teaching-experiments con osservatori esterni o partecipanti.

Materiali già pubblicati e messi a disposizione dei controrelatori sono i seguenti articoli:

Arzarello, F., Paola, D. Robutti, O., & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 97-109.

¹⁰ Il termine originale in inglese è “imagery”.

Sabena, C. (2008). On the semiotics of gestures. In L. Radford, G. Schumbring & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture* (pp. 19-38). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

Sabena, C., Robutti, O., Ferrara, F., Arzarello, F. (2012). The development of a semiotic frame to analyse teaching and learning processes: examples in pre- and post-algebraic contexts. In Coulange, L., Drouhard, J.-P., Dorier, J.-L., Robert, A. (Eds.), *Recherches en Didactique des Mathématiques, Numéro spécial hors-série, Enseignement de l'algèbre élémentaire: bilan et perspectives* (pp. 231-245). Grenoble: La Pensée Sauvage.

SECONDA PARTE: NETWORKING CON DUE DIVERSE TEORIE

(C. Sabena, C. M. Krause, A. Maffia)

La ricerca in didattica della matematica ha fatto uso fin dai suoi albori di diversi contributi teorici provenienti dall'esterno della disciplina (dapprima dall'ambito matematico-epistemologico, successivamente da psicologia, pedagogia, filosofia, antropologia e altri settori ancora), ma a sua volta ha prodotto una varietà di teorizzazioni diverse e in continua evoluzione all'interno della disciplina stessa. La riflessione sui contributi teorici e sul ruolo delle teorie in didattica della matematica ha quindi origini lontane e diversi ricercatori vi hanno contribuito soprattutto a partire dagli anni 90 (per esempio si vedano Mason & Waywood, 1996; Teppo, 1998). Negli ultimi dieci anni, questa attenzione è cresciuta notevolmente, come testimoniato dai temi trattati in diversi gruppi di lavoro nei convegni internazionali, tra cui due Research Forums a PME nel 2005 e nel 2010, un Discussion Group a ICME11 nel 2008 e un Topic Study Group a ICME12 nel 2012, un Working Group al CERME in tutte le edizioni dal 2005.

Proprio nel Working Group del CERME4 nel 2005 emerse il tema del “networking di teorie”, ossia una rete, un collegamento tra teorie come strumento utile per affrontare la questione della diversità di teorie e approcci all'interno della didattica della matematica, in un'ottica di collaborazione tra studiosi provenienti da contesti di ricerca diversi. Nella sintesi del gruppo di lavoro, la diversità di teorie è vista sia come una ricchezza per il nostro settore, sia una debolezza potenziale:

This diversity is both a source of richness for the field – it helps us to question what we often tend to consider as the normal or only way of thinking about or acting upon educational systems – and a source of fragility for research if we don't make specific efforts to counterbalance the difficulty that stem from communication¹¹ (Artigue et al., 2005, p. 1240).

Il report conclude indicando l'emergere del tema del networking e sottolineandone l'importante ruolo scientifico all'interno della disciplina:

In conclusion, the central term that emerged from the working group was networking. [...] If we can develop and maintain a certain degree of networking between some of the advocates of the different theoretical stances that are currently evident within mathematics education, this will constitute an important step on the path towards establishing mathematics education as a scientific discipline¹² (ibid., p. 1242).

¹¹ Questa diversità è sia sorgente di ricchezza per il settore – ci aiuta a questionare ciò che spesso abbiamo considerato come il modo normale o l'unico modo di pensare a o agire su il sistema educativo – sia di fragilità per la ricerca se non facciamo uno sforzo specifico per controbilanciare la difficoltà nella comunicazione [Trad. degli autori]

¹² In conclusione, il termine centrale che emerge dal lavoro di gruppo è il networking. [...] Se possiamo sviluppare e mantenere un certo grado di collegamento fra alcuni dei sostenitori delle diverse posizioni teoriche che sono attualmente evidenti nella didattica della matematica, questo sarà un passo importante lungo il cammino per costituire la didattica della matematica come disciplina scientifica. [Trad. degli autori]

Il *networking of theories* nasce quindi in risposta alla domanda di come affrontare il problema della diversità di teorie in didattica della matematica, in alternativa ad altre possibili risposte come unificare le teorie, integrarle (localmente) o contrapporle (Bikner-Ahsbahs & Prediger, 2006). Nella pratica, l'idea si attua andando a investigare uno stesso insieme di dati, attraverso lenti di analisi provenienti da approcci teorici diversi:

The main idea of networking is to exploit the diversity of approaches constructively by first analyzing the same phenomena from complementary perspectives (ibid., p. 56).

Attorno a questa idea un gruppo di ricercatori di vari paesi europei e di Israele cominciò a collaborare nel 2006, accompagnando la riflessione meta-teorica con il riscontro puntuale di un comune insieme di dati empirici, analizzati da diversi punti di vista. I risultati sono stati recentemente pubblicati in un volume nel quale il networking di teorie diventa una *pratica di ricerca* nella quale diverse teorie vengono non solo a dialogare tra loro, ma a collaborare fino al punto di influenzarsi mutualmente, soprattutto dal punto di vista metodologico (Bikner-Ahsbahs & Prediger, 2014).

L'idea non è estranea anche ad altre esperienze, in ambito italiano ed europeo, come i progetti europei TELMA (Artigue et al., 2009) e ReMath (Artigue & Mariotti, 2014; Maracci et al., 2013).

Nel nostro lavoro di ricerca e per il seminario, facciamo riferimento al networking di teorie sia come strumento per meglio cogliere, descrivere ed interpretare i processi di insegnamento e apprendimento nella loro complessità, sia come strumento di riflessione e possibilmente di evoluzione delle teorie stesse. In particolare, analizzeremo alcuni dati empirici da due prospettive diverse (Semiotic Bundle & Teoria della Mediazione Semiotica e Semiotic Bundle & Interest Dense Situations) e faremo uso delle *strategie di networking* descritte in Prediger, Bikner-Ahsbahs & Arzarello (2008) e schematizzate nel diagramma in Figura 4:

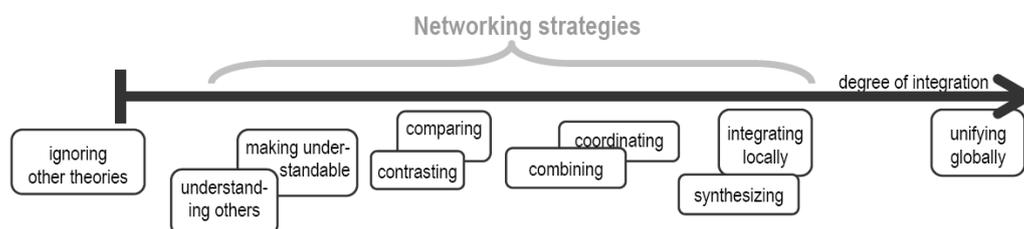


Fig. 4. Diverse strategie per il networking (Prediger, Bikner-Ahsbahs & Arzarello, 2008, p. 170).

Nel diagramma le strategie sono organizzate lungo un asse secondo il loro grado di integrazione; le due polarità, ossia ignorare altre teorie da una parte e unificare tutte le teorie in una unica teoria dall'altra, sono da intendersi come poli ideali, non facenti parte delle strategie di networking, perché contraddirebbero l'importanza data alla diversità di teorie come ricchezza all'interno della comunità di ricerca.

Le strategie di networking vere e proprie sono:

- Comprendere le teorie altrui e far comprendere la propria;
- Mettere a confronto (oppositivo o meno) due teorie
- Combinare e coordinare due teorie
- Integrare localmente le due teorie e sintetizzare in qualcosa di nuovo.

Nonostante il diagramma possa apparire troppo riduttivo, per esempio perché semplifica in un'unica dimensione attività di networking che possono essere ben più complesse, per noi ha costituito un buon punto di partenza operativo per intraprendere il nostro lavoro di networking, presentato nella seconda parte del seminario.

A) NETWORKING CON LA TEORIA DELLA MEDIAZIONE SEMIOTICA

La Teoria della Mediazione Semiotica (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009) è stata sviluppata per modellizzare le relazioni fra un artefatto (utilizzato nella lezione di matematica per risolvere una specifica consegna) e la matematica su cui esso stesso è fondato.

La parola ‘artefatto’ deve essere interpretata così come nell’approccio strumentale di Rabardel (1995), ossia come un qualsiasi oggetto materiale o simbolico progettato per un particolare scopo (per es. un manipolativo, un software o un simbolo). Non è da confondersi con ‘strumento’, inteso come l’entità mista formata sia dall’artefatto sia dagli schemi d’uso sviluppati dal suo utilizzatore. Anche le espressioni linguistiche possono essere considerate come artefatti. Maffei e Mariotti (2011) definiscono come artefatto discorsivo quelle frasi che hanno il potenziale di portare a un’evoluzione dei segni. Questa definizione designa anche quelli che Sfard (2001) chiama ‘*templates*’, riferendosi a frasi, già note e utilizzate, in cui viene inserita una nuova parola.

Il principale oggetto di analisi nella Teoria della Mediazione Semiotica (TMS) è l’evoluzione dei segni nel tempo, da quelli contestuali verso quelli culturalmente condivisi, attraverso un’analisi di tipo diacronico. Questa transizione può essere descritta come un esempio di passaggio da concetti spontanei a concetti specifici (Vygotskij, 1987).

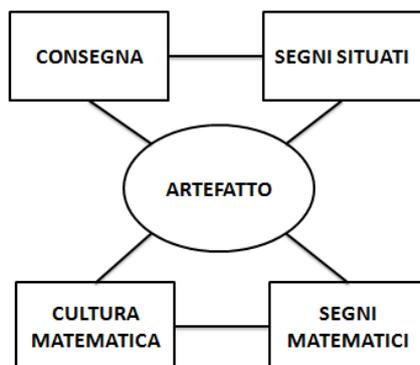


Fig. 5. Polisemia dell’artefatto.

In particolare, secondo la TMS, ogni artefatto usato in una lezione di matematica può produrre segni che possono essere considerate come *segni matematici*. Quando uno studente usa l’artefatto per soddisfare una consegna (per esempio, risolvere un certo problema, rispondere ad alcune domande, e così via), può essere tuttavia inconsapevole degli aspetti matematici sui quali l’artefatto è fondato. I segni che lo studente produce solitamente non sono segni matematici, ma segni contingenti alla soluzione di quella particolare consegna con quel particolare artefatto: sono detti *segni artefatto*. L’insieme delle relazioni fra l’artefatto e la consegna e quelle fra l’artefatto e la matematica a esso associata costituisce il *potenziale semiotico* dell’artefatto stesso. Dato che i segni prodotti attraverso l’attività con l’artefatto possono essere interpretati diversamente dallo studente e dall’esperto di matematica, possiamo dire che l’artefatto è polisemico (Fig. 5).

La differenza sostanziale fra i segni artefatto e quelli matematici è il contesto a cui si riferiscono: i segni artefatto fanno riferimento all’attività realizzata con l’artefatto stesso, possono essere messi in relazione con quella che Radford (2003) chiama *generalizzazione contestuale* o con ciò che Sfard (2008) definisce come *uso guidato dalla routine*. Diamo un esempio: se uno studente usa la parola “circonferenza” per riferirsi a tutte le linee chiuse che vengono prodotte usando un compasso, sta utilizzando un segno che appare come matematico ma che può essere ben lontano dal significato culturalmente condiviso, ossia l’insieme dei punti con la stessa distanza dal centro.

Secondo la TMS, uno degli obiettivi cruciali dell’insegnamento è quello di promuovere “l’evoluzione dei segni che esprimono la relazione tra l’artefatto e i compiti in segni che esprimono la relazione tra artefatto e sapere” (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009, p. 283). Un ruolo centrale è giocato dall’insegnante. L’insegnante consapevole del potenziale semiotico dell’artefatto può infatti

guidare una *discussione matematica* con lo scopo di promuovere l'evoluzione dei segni. Una discussione matematica orchestrata dall'insegnante è intesa come "una polifonia di voci articolate su un oggetto matematico (concetto, problema, procedura, ecc.), che costituisce un motivo dell'attività di insegnamento/apprendimento" (UMI, 2001, p.18).

Durante il processo di mediazione semiotica, l'insegnante usa diversi segni specificatamente per passare dai segni artefatto a quelli matematici. Tutti i segni che sono utilizzati con questo obiettivo vengono definiti *segni pivot*. Esempi di segni pivot sono le ibridazioni di parole o frasi che appartengono al dominio dell'artefatto (come il riferimento a parti dell'artefatto, comandi di un software, ...) con altre parole prese dalla cultura matematica. L'insieme dei segni artefatto e matematici, insieme ai pivot che li mettono in relazione, viene chiamato *catena semiotica*. Questo costruito è stato introdotto in letteratura da Walkerdine (e.g. 1990) e applicato al contesto della didattica della matematica da diversi autori. Per esempio, Presmeg (2006) definisce il processo di concatenazione come una sequenza di astrazioni che viene creata preservando la relazione con la pratica quotidiana degli studenti; Hall (2000) sottolinea come l'insegnante possa creare catene per sviluppare i concetti matematici a partire dalle situazioni di tutti i giorni. Il ruolo dell'insegnante come esperto che lavora nella *zona di sviluppo prossimale* (Vygotskij 1931/1978) dei propri allievi è centrale nella TMS perché il docente è concepito come l'unico agente nella classe che può guidare il processo di mediazione semiotica attraverso la costruzione di catene semiotiche.

Casi di Networking con il Semiotic Bundle

Le due teorie condividono alcuni principi, in particolare la matrice Vygotskiana che influenza il modo in cui l'apprendimento viene interpretato e il ruolo degli artefatti viene concepito. Inoltre, alcune precedenti ricerche hanno mostrato che il loro networking può essere una strada promettente nell'indagare l'evoluzione delle risorse semiotiche nei processi di classe in cui è coinvolto un artefatto (Bartolini Bussi & Maschietto, 2009; Maffei et al., 2009; Maffia & Mariotti, in stampa).

Bartolini Bussi e Mariotti (2009) osservano che particolari gesti possono essere considerati come artefatti e, a proposito dei segni artefatto, affermano che:

Questa categoria di segni artefatto include tanti e diversi tipi di segni e, ovviamente, i segni non verbali come gesti o disegni, o combinazioni di essi. (p.292)

Pertanto i gesti sono da intendersi come segni nella TMS, e hanno sicuramente un ruolo nella costruzione delle catene semiotiche. Appare lecito chiedersi se effettivamente è possibile mettere in evidenza l'uso di gesti come segni artefatto o, addirittura, con altre funzioni.

In particolare, vista la centrale importanza della figura dell'insegnante all'interno della TMS, nel seminario si parlerà del modo in cui il docente utilizza diverse tipologie di segni (in particolare i gesti) nella costruzione di una catena semiotica mentre orchestra una discussione matematica. Un esempio di questa analisi può essere trovato nell'articolo recentemente pubblicato sugli atti del 67esimo congresso della CIEAEM (Maffia & Sabena, 2015).

Il ruolo dell'insegnante nella costruzione di catene semiotiche multimodali

In questo lavoro viene analizzata una discussione volta a costruire una definizione di altezza di un triangolo in una classe prima della secondaria di primo grado. L'analisi è effettuata a livello micro-analitico e combina strumenti dalle due teorie. In particolare la discussione in classe è stata trascritta e codificata ponendo l'attenzione sui segni sia dal punto di vista del contesto in cui sono usati (segni artefatto, matematici e pivot secondo la TMS) sia della modalità in cui vengono espressi (simboli scritti, parole, gesti nel semiotic bundle). Le trascrizioni dei dialoghi sono state arricchite con le immagini dei gesti cercando di evidenziare il co-timing di parole e gesti (o altre risorse semiotiche). La risultante "trascrizione multimodale" è stata quindi analizzata in dettaglio allo scopo di far emergere gli elementi che costituiscono la catena semiotica che porta verso il significato di altezza di un triangolo.

Nella lezione analizzata, l'insegnante richiede agli studenti di svolgere varie consegne – quali rappresentare e descrivere l'altezza di un edificio, di una montagna o di una barca in balia delle onde – utilizzando uno specifico artefatto discorsivo “*la distanza fra ... e ...*” che emerge dai primi interventi di alcuni studenti. Nella discussione, la compente linguistica del semiotic bundle si arricchisce subito con quella gestuale. L'insegnante viene influenzato dall'uso delle risorse gestuali e i suoi interventi sono accompagnati da due tipi di gesti, ossia:

- il gesto “punto più alto”, un gesto deittico rivolto verso l'altro, sopra la sua testa o effettivamente sulla testa realizzato mentre si riferisce verbalmente al punto più alto di un edificio o di una montagna (Fig. 6a-c-d-f);
- il gesto “base”, che consiste in un pointing verso il basso, sotto i propri piedi (Fig. 6b-e-g-h).



Fig. 6. Il gesto “punto più alto” e il gesto “base”.

Questi due gesti, e nello specifico le posizioni nello spazio in cui i gesti sono realizzati, sono ripetuti nel corso di tutta la discussione, mostrando quindi un *catchment* che fornisce coesione al discorso mentre i segni evolvono lentamente verso il significato scientifico di altezza di una figura geometrica. All'inizio, il gesto media specifici aspetti dell'oggetto a cui ci si sta riferendo (la montagna, un edificio, un triangolo), mostrando quindi caratteristiche iconiche che successivamente sono associate alla rappresentazione grafica delle figure geometriche: è attraverso queste caratteristiche iconiche, mantenute nel *catchment*, che gli aspetti figurali del triangolo sono chiamati in scena con continuità al riferimento agli oggetti della vita quotidiana. Attraverso gli aspetti figurali, le proprietà geometriche della figura emergono e sono quindi discusse.

Una dettagliata analisi diacronica permette di osservare che, anche se le posizioni nello spazio dei gesti sono conservate durante l'intera discussione, il gesto “base” evolve. Attraverso un'analisi dettagliata con il semiotic bundle siamo stati in grado di descrivere l'evoluzione dei segni usati dall'insegnante per guidare la discussione dall'insieme dei significati del quotidiano che gli studenti associano alla parola ‘altezza’ (il punto di partenza della discussione) verso il concetto scientifico (Vygotskij, 1987) scelto come obiettivo della lezione, ossia l'altezza di un triangolo intesa come distanza di un vertice dal lato opposto, detto base. Questa evoluzione forma la catena di segni multimodali schematicamente rappresentata nella tabella. Analizzando con una prospettiva multimodale l'evoluzione dei segni durante la discussione, possiamo pertanto identificare una catena semiotica che include diverse tipologie di risorse semiotiche, che chiamiamo “*catena semiotica multimodale*”.

La metafora della catena sottolinea come i vari segni coinvolti in questo processo di evoluzione siano connessi fra di loro, e l'analisi multimodale può far luce sul modo in cui sono connessi. In questo nostro studio, l'artefatto iniziale è di tipo discorsivo e le principali risorse semiotiche sono le parole e i gesti (anche se con alcuni riferimenti a produzioni scritte). In questo contesto, abbiamo mostrato che i gesti possono costituire il collante tra i vari segni nella catena semiotica; insieme alle parole svolgono quindi anche il ruolo di segni pivot. Questa affermazione è supportata dal fatto che, così come le parole, anche i gesti introdotti dall'insegnante sono *condivisi* e utilizzati dagli studenti.

Questo risultato è coerente con alcuni risultati precedenti nel campo dello studio dei gesti (si vedano per esempio quelli di McNeill, 2005, a proposito del *catchment*) ma specifica anche una particolare funzione che i gesti possono avere nel campo della didattica della matematica. Per ulteriori approfondimenti sull'analisi della discussione e sui relativi risultati si rimanda il lettore all'articolo originale (Maffia & Sabena, 2015).

B) NETWORKING CON LA TEORIA DELLE INTEREST DENSE SITUATIONS

La teoria dell'Interest Dense Situations (IDS, in breve) è stata elaborata da Angelika Bikner-Ahsbabs in una prospettiva socio-costruttivista dell'apprendimento della matematica. Le ricerche di Bikner-Ahsbabs iniziarono circa 15 anni fa, indagando le componenti sociali dell'*interesse* che emergono nella classe di matematica (Bikner-Ahsbabs, 2004, 2005). Bikner-Ahsbabs considerò che non sono soltanto le preferenze degli studenti ad influenzare il fatto che apprendano la matematica con interesse ma anche le interazioni sociali in cui tale apprendimento avviene. Basandosi su vari costrutti psicologici (si veda anche il breve quadro riassuntivo dato in Bikner-Ahsbabs, 2001), ha voluto sviluppare una teoria sull'interesse nello specifico contesto dell'apprendimento della matematica, in modo da poter fornire agli insegnanti un quadro teorico che concernesse gli aspetti che favoriscono o bloccano lo sviluppo dell'interesse negli studenti, inteso come interesse collettivo situato in un ambiente di apprendimento sociale.

Nell'indagare come l'interesse collettivo situato possa emergere nella classe di matematica, Bikner-Ahsbabs (2004, 2005) ha definito le "interest-dense situations" (IDS) a partire da tre aspetti, ossia "coinvolgimento", "dinamica del processo epistemico", e "valenza matematica":

- uno dopo l'altro gli studenti sono coinvolti nell'attività (*coinvolgimento*);
- uno dopo l'altro gli studenti costruiscono significati con continuo approfondimento (*dinamica del processo epistemico*);
- il valore delle situazioni è in riferimento alla matematica (*valenza matematica*).

(Bikner-Ahsbabs, 2004, p.3, grassetto originale, traduzione di A. Maffia)

Le dinamiche di processo epistemico possono essere ricostruite e analizzate attraverso un modello di azioni epistemiche (GCSt-model: Bikner-Ahsbabs, 2005, 2006) che comprende tre azioni epistemiche: *gathering*, *connecting* e *structure-seeing*. Gli studenti *colgono* entità matematica (**G**: *gathering*, in inglese), come esempi, associazioni o soluzioni, e *connettono* queste entità in qualche modo (**C**: *connecting*), per esempio mettendole in relazioni attraverso azioni di ragionamento. Queste due azioni possono servire come base per azioni relative al *vedere una struttura* che possono essere identificate quando gli studenti riferiscono di aver riconosciuto una certa generalità a livello di schema (**S**: *structure-seeing*). Inoltre, gli studenti possono estendere il riconoscimento delle strutture concretizzandole attraverso esempi o ragionando su esse. Mentre riconoscono e estendono le strutture "una nuova entità viene costruita o un'entità nota viene ri-costruita in un nuovo contesto" (Krause & Bikner-Ahsbabs, 2012, p. 19, traduzione di A. Maffia): questo viene considerato come il cuore della costruzione della conoscenza matematica.

Casi di Networking con il Semiotic Bundle

Alcuni esempi di networking tra la Teoria dell'Interest Dense Situation e l'analisi semiotica con il semiotic bundle sono già stati pubblicati: Arzarello, Bikner-Ahsbabs & Sabena (2010), Sabena et al. (2014). L'articolo Arzarello, Bikner-Ahsbabs & Sabena (2010) è messo a disposizione dei controrelatori.

Nel seminario si presenterà un esempio sarà tratto dalla tesi di Dottorato di Christina Krause, attualmente in fase di pubblicazione (Krause, 2015, in stampa) e brevemente introdotta nel prossimo paragrafo. Si intende inoltre discutere un esempio di discussione di classe, sul quale stiamo ancora lavorando.

In che modo i gesti contribuiscono al processo sociale di costruzione della conoscenza matematica?

Bikner-Ahsbabs ha sviluppato il modello dell'IDS basandolo sull'analisi degli speech-acts (Austin, 1962), quindi principalmente sulle espressioni verbali nelle interazioni sociali. Ma quando imparano la matematica, per esempio in classe, gli studenti non parlano solamente, ma disegnano schizzi, prendono appunti, si riferiscono a ciò che scrivono, usano artefatti e fanno gesti. Inoltre,

l'apprendimento della matematica ha una natura particolare perché in effetti gli oggetti matematici non sono accessibili direttamente ma solo attraverso segni che si riferiscono ad essi in qualche modo.

Attraverso uno studio empirico sul ruolo dei gesti nei processi sociali di costruzione della conoscenza matematica, Krause (2015) ha considerato il modo in cui i gesti fungono da mezzi di espressione durante le interazioni sociali, ma anche come mezzi di apprendimento, cogliendo le “funzioni rappresentative” e “funzioni epistemiche” dei gesti. Lo scopo di questo studio era di arricchire la teoria dell'IDS, in modo da descrivere e spiegare i processi epistemici degli studenti durante le interest-dense situations, considerandoli in ottica multimodale. La domanda generale di ricerca era infatti:

“Come i gesti possono contribuire ai processi sociali di costruzione della conoscenza matematica?”

Per indagare questa questione, il modello GCSt delle azioni epistemiche di Bikner-Ahsbahs è stato integrato con il modello del semiotic bundle di Arzarello (2006). Inoltre, un approccio embodied alla conoscenza viene assunto per considerare il ruolo del corpo in questi due paradigmi:

Meaning is in many ways socially constructed, but, it is *not* arbitrary. It is subject to constraints which arise from biological embodied processes that take place in the ongoing interaction between mutually constituted sense-makers and the medium in which they exist¹³ (Núñez, Edwards, & Matos, 1999, p. 53, corsivo originale).

Lo studio risultate è pertanto basato su tre principi:

1. *La conoscenza viene compresa e costruita dagli individui nell'interazione sociale attraverso l'uso di segni*¹⁴. Mentre i partecipanti interpretano gli interventi (segni) gli uni degli altri e reagiscono a questi attraverso dei segni, il ricercatore può ricostruire il modo in cui gli studenti costruiscono i significati matematici e la conoscenza re-interpretando i segni usati dagli studenti stessi.
2. *Gli interventi non sono solo verbali, ma multimodali*. Per la loro interpretazione, non è sufficiente considerare la sola parte verbale. Le modalità d'espressione non-verbali danno forma all'interpretazione di ciò che viene espresso esplicitamente a parole.
3. *Il nostro pensiero, così come la formazione dei concetti, è embodied*. Questo rende ragionevole interpretare non solo i riferimenti espliciti agli interventi verbali, ma anche quelli impliciti che sono basati sulla nostra esperienza corporea, per esempio il pensiero metaforico (Lakoff & Núñez, 2000).

Seguendo questi tre principi, Krause ha ricostruito i processi epistemici di alcune coppie di studenti (della seconda superiore e di alto livello di apprendimento) lavorando su tre diverse consegne (una consegna geometrico-algebrica, una aritmetico-analitica e una di ragionamento logico).¹⁵ Basandosi sugli interventi verbali così come riportati nelle trascrizioni, una prima ricostruzione dei processi epistemici è stata effettuata. Per tale ricostruzioni, sono stati identificati “epistemic-dense episodes”, cioè episodi vicini al riconoscimento della struttura (structure-seeing), al fine di catturare il ‘nucleo’ della costruzione di conoscenza matematica. Per ricostruire il significato dei gesti nell'interazione sociale, una analisi a grana fine è stata realizzata considerando relazioni sincroniche e diacroniche nel semiotic bundle formato da parole, gesti e segni scritti. Inoltre, concetti tratti dagli studi sui gesti

¹³ Il significato è, in diversi modi, costruito socialmente ma, *non* è arbitrario. È soggetto a vincoli che emergono dai processi biologici embodied che hanno luogo nell'interazione in corso fra costruttori-di-senso mutualmente costituiti e il messo in cui esistono. [Trad. di A. Maffia].

¹⁴ I segni sono da intendersi in ottica peirciana, come “something that stands for somebody in some respect or capacity.” (Peirce CP 2.228)

¹⁵ I dati utilizzati nello studio sono tratti dal progetto “Effective knowledge construction in interest-dense situations”, finanziato dalla German Israeli Foundation (Grant No. 946-357.4/2006).

come la *Growth Point theory* (McNeill, 1992) e i *catchments* (McNeill, 2005) sono stati considerati. Da una parte, l'analisi dei gesti attraverso il semiotic bundle è servita come base per la descrizione di funzioni quali la funzione rappresentativa dei gesti e ha permesso di seguire l'evoluzione del significato dei gesti durante il processo di apprendimento. D'altra parte, ha fornito la base per una ricostruzione rinnovata dei processi epistemici, integrando i gesti come parte dell'intervento multimodale nel quale sono realizzati epistemicamente. Le *funzioni epistemiche dei gesti* sono quindi individuate come funzioni in cui i gesti influenzano lo svolgimento delle azioni epistemiche di cogliere, connettere e vedere una struttura.

La *funzione rappresentativa dei gesti* è stata considerata nell'interazione e nell'intreccio fra parlato e scritto. Insieme alle parole, i gesti possono compiere una *funzione di specificazione* fornendo informazioni aggiuntive su un oggetto matematico di cui si sta parlando. Più concretamente, si osserva che i gesti specificano gli interventi verbali in termini di *dove, cosa e come* (*where, what e how*) e a proposito degli *aspetti relazionali*. Inoltre, i gesti sono realizzati a tre livelli di referenza che differiscono nelle loro relazioni spaziali con quanto viene scritto.

Per quel che riguarda le funzioni epistemiche dei gesti, vengono identificate in totale dieci funzioni epistemiche, divise in *forming-* e in *performing functions*.

- Le *forming functions* rendono 'visibili' gli oggetti matematici coinvolti nel compimento di un'azione epistemica. Il loro contributo nel processo epistemico risiede nel fatto che il gesto fornisce una rappresentazione dell'oggetto rendendolo accessibile a tutti i partecipanti dell'interazione sociale e, così, promuove la co-costruzione della conoscenza.
- Le *performing functions* sono invece relative al compimento di un'azione epistemica piuttosto che alla formazione di un oggetto matematico. "I gesti che adempiono a una performing function sono considerati come *catalizzatori* del processo epistemico, influenzandolo in un modo direttivo" (Krause, 2015, p.181, traduzione di A. Maffia).

Le singole funzioni rappresentative così come le singole azioni epistemiche dei gesti sono distinte solo a scopo analitico, ma in realtà agiscono insieme in molti casi.

Questi risultati forniscono un esempio di come l'integrazione di un modello multimodale, il semiotic bundle, porti a nuovi approfondimenti su come gli aspetti caratterizzanti le interest-dense situations possano essere influenzati dalla modalità non-verbale dei gesti e il loro intreccio con il parlato e lo scritto: i gesti arricchiscono l'interazione sociale adempiendo a funzioni rappresentative e arricchiscono i processi epistemici attraverso funzioni epistemiche.

Bibliografia

- Artigue, M. & Mariotti, M.A. (2014). Networking theoretical frames: the ReMath enterprise. *Educational Studies in Mathematics*, 85, 329-355.
- Artigue, M., Cerulli, M., Haspekian, M. & Maracci, M. (2009). *Connecting and integrating theoretical frames: The TELMA contribution*. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 14(3), 217-240.
- Artigue, M., Bartolini Bussi, M., Dreyfus, T., Gray, E., & Prediger, S. (2005). Different theoretical perspectives and approaches in research in mathematics education. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1239-1243). San Feliu de Guixols, Spain.
- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking, 267-299.

- Arzarello, F. & Robutti, O. (2008). Framing the embodied mind approach within a multimodal paradigm. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*, 2nd revised edition. (pp. 716-745). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Arzarello, F. & Robutti, O. (2009). Embodiment e multimodalità dell'apprendimento della matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 32 A-B, n°3, pp. 243-268.
- Arzarello, F. & Sabena, C. (2014a). Introduction to the approach of Action, Production and Communication (APC). In A. Bikner-Ahsbahs & S. Prediger (Eds.), *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education* (pp. 31-45). ZDM-Series Advances in Mathematics Education. New York: Springer.
- Arzarello, F. & Sabena, C. (2014b). Analytic-Structural Functions of Gestures in Mathematical Argumentation Processes. In L.D. Edwards, F. Ferrara & D. Moore-Russo (Eds.), *Emerging perspectives on gesture and embodiment* (pp. 75-103). Charlotte, NC (US): Information Age Publishing, Inc.
- Arzarello, F., Bikner-Ahsbahs, A. & Sabena, C. (2010). Complementary networking: Enriching understanding. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1545-1554), January 28th-February 1st 2009, Lyon France: INRP.
- Arzarello, F., Paola, D. Robutti, O., & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 97-109.
- Austin, J. L. (1962). *How to do things with words*. Oxford: Oxford University Press.
- Bartolini Bussi, M.G., & Mariotti, M.A. (2009). Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 32, 269-294.
- Bartolini Bussi, M.G., & Maschietto, M. (2009). Working with Artefacts: Gestures, Drawings and Speech in the Construction of the Mathematical Meaning of the Visual Pyramid. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 143-157.
- Bikner-Ahsbahs, A. (2001). Interest in Maths between Subject and Situation. In M. van den Heuvel-Panhuizen (ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2 (pp. 145-152). Utrecht: PME.
- Bikner-Ahsbahs, A. (2004). Interest-dense situations and their mathematical value. (*Topic Study Group 24 (Students' motivations and attitudes towards mathematics and its study) of the International Congress for Mathematics Education*). Retrieved 06 05, 2014, from: <http://www.math.uni-bremen.de/didaktik/ma/bikner/articles/article1.pdf>
- Bikner-Ahsbahs, A. (2005). *Mathematikinteresse zwischen Subjekt und Situation. Theorie interessendichter Situationen -Baustein für eine mathematikdidaktische Interessentheorie [Interest in mathematics between subject and situation. Theory of interest-dense situations - building blocks for a theory on interest from the perspective of mathematics education]*. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.
- Bikner-Ahsbahs, A. (2006). Semiotic sequence analysis - Constructing epistemic types. In J. Novotná, H. Moraovsá, M. Krátká, & N. Stehliková (Eds.), *Mathematics in the centre. Proceedings of the 30th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 2 (pp. 161-168). Prague (Czech Republic): PME.
- Bikner-Ahsbahs, A. & Halverscheid, S. (2014). Introduction to the theory of interest-dense situations. In A. Bikner-Ahsbahs, S. Prediger, & the Networking Theories Group (Eds.), *Networking of theories as a research practice in mathematics education* (pp. 88-102). New York: Springer.
- Bikner-Ahsbahs, A. & Prediger, S. (2006). Diversity of Theories in Mathematics Education—How can we deal with it? *ZDM* Vol. 38(1), pp. 52-57.
- Bikner-Ahsbahs, A. & Prediger, S. (Eds.) (2014). *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education*. ZDM-Series Advances in Mathematics Education (pp. 13-28). New York: Springer.

- Duval, R. (1996). Quale cognitivo per la didattica della matematica?. *La matematica e la sua didattica*, 3, 250-269.
- Edwards, L. & Robutti, O. (2014). Embodiment, modalities, and mathematical affordances. In L. Edwards, F. Ferrara, & D. Moore-Russo (Eds.), *Emerging perspectives on gesture and embodiment in mathematics*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Gallese, V. and Lakoff, G. (2005). The brain's concepts: The role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive Neuropsychology* 22, 455-479.
- Goldin-Meadow, S., Nusbaum, H. Kelly, S. D. & Wagner, S. (2001). Explaining math: Gesturing lightens the load. *Psychological Science*, 12, 516-522.
- Hall, M. (2000). *Bridging the gap between everyday and classroom mathematics: An investigation of two teachers' intentional use of semiotic chains*. Unpublished doctoral dissertation, The Florida State University.
- Kendon, A. (1980). Gesticulation and speech: Two aspects of the process of utterance. In M.R. Key (Ed.), *The relation between verbal and nonverbal communication* (pp. 207-227). The Hague: Mouton.
- Krause, C. M. (2015, in stampa). *The mathematics in our hands: How gestures contribute to constructing mathematical knowledge*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Krause, C. M., & Bikner-Ahsbahr, A. (2012). Modes of sign use in epistemic processes. In Tai-Yih Tso (Ed.), *Proceedings of the 36th conference of the International Group for the Psychology in Mathematics Education*. 3 (pp. 19-26). Taipei, Taiwan: PME.
- Kress, G. (2004). Reading images: Multimodality, representation and new media. *Information Design Journal*, 12(2), 110-119.
- Lakoff, G. & Núñez, R. (2000). *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. New York: Basic Books. (Trad. It. nel 2004 *Da dove viene la matematica. Come la mente embodied dà origine alla matematica*. Torino: Bollati Boringhieri).
- Lerman, S. (2006). Theories of mathematics education: is plurality a problem?. *ZDM* 38(1), 8–13.
- Lolli, G. (2002). La metafora in matematica. In G.L. Beccarla & C. Marengo (a cura di), *La parola al testo. Scritti per Bice Mortara Garavelli* (pp. 221-232). Alessandria: Edizioni dell'Orso. <http://homepage.sns.it/lolli/articoli.htm>.
- Maffei, L., & Mariotti M.A. (2011). The role of discursive artefacts in making the structure of an algebraic expression emerge. In M. Pytlak, E. Swoboda, & T. Rowland (Eds). *Proc.s CERME 7* (pp.511-520). Rzeszów, PL: ERME.
- Maffei, L., Sabena, C. & Mariotti, M.A. (2009). Exploiting the feedback of the Aplusix CAS to mediate the equivalence between algebraic expressions. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & C. Sakonidis (Eds.). *Proc.s PME 33* (vol. 4, pp. 65-72). Thessaloniki, GR: PME.
- Maffia, A., & Mariotti M.A. (in stampa). Introduction to arithmetical expressions: a semiotic perspective, *Proc. CERME 9*, Prague, CZ: ERME.
- Maffia, A., & Sabena, C. (2015). Networking of theories as resource for classroom activities analysis: the emergence of multimodal semiotic chains. *Proc.s of CIEAEM Congress 67*. Aosta, IT: CIEAEM.
- Maffia, A., & Mariotti M.A. (in press). Introduction to arithmetical expressions: a semiotic perspective, *Proc. CERME 9*, Prague, CZ: ERME.
- Maracci, M., Cazes, C., Vanderbrouck, F., Mariotti, M.A. (2013). Synergies between theoretical approaches to mathematics education with technology: A case study through a cross-analysis methodology. *Educational Studies in Mathematics*, 84, 461-485.
- Mason, J., & Waywood, A. (1996). The role of theory in mathematics education and research. In A. J. Bishop et al. (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 1055–1089). Dordrecht: Kluwer.

- McNeill, D. (1992). *Hand and mind: what gestures reveal about thought*. Chicago: University of Chicago Press.
- McNeill, D. (2005). *Gesture and thought*. Chicago: University of Chicago Press.
- McNeill, D., Quek, F., McCullough, K-E., Duncan, S., Furuyama, N., Bryll, R., ... Ansari, R. (2001). Catchments, prosody and discourse. *Gesture*, 1(1), 9-33.
- Nemirovsky, R. & Ferrara, F. (2009). Mathematical Imagination and Embodied Cognition. *Gestures and multimodality in the construction of mathematical meaning. Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 159-174.
- Núñez, R. E., Edwards, L. D., & Matos, J. F. (1999). Embodied cognition as grounding for situatedness and context in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 45-65.
- Peirce, C. S. (1931-1958). *Collected papers (CP)* (Volumes I-XIII). (Eds. P. W. C. Hartshorne, & P. Weiss), Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Prediger, S., Bikner-Ahsbahs, A. & Arzarello, F. (2008). Networking strategies and methods for connection theoretical approaches: first steps towards a conceptual framework. *ZDM-International Journal on Mathematics Education*, 40(2), 165-178.
- Presmeg, N. (2006). Semiotics and the “connections” standard: significance of semiotics for teachers of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 163–182.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies - Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: A. Colin.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students’ types of generalization. *Mathematical Thinking and Learning*, 51(1), 37–70.
- Radford, L. & Sabena, C. (2014) The Question of Method in a Vygotskian Semiotic Approach. In A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Examples of Methodology and Methods* (pp. 157-184). Springer: Dordrecht, Heidelberg, New York, London.
- Radford, L., Edwards, L. & Arzarello, F. (2009). Beyond words. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3), 91 - 95.
- Radford, L., Bardini, C., Diallo, P. & Simbagoye, A. (2005). On embodiment, artifacts, and signs: A semiotic-cultural perspective on mathematical thinking. In Chick H. L., Vincent J. L. (Eds.), *Proceedings of PME29* (Vol. 4, pp. 113–120). Melbourne, Australia: University of Melbourne.
- Roth, W.M. (2009). (Ed), *Mathematical representation at the interface of body and culture*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Sabena, C. (2007). *Body and signs: A multimodal semiotic approach to teaching-learning processes in early Calculus*. Tesi di Dottorato, Università degli Studi di Torino.
- Sabena, C. (2008). On the semiotics of gestures. In L. Radford, G. Schubring & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education: Epistemology, history, classroom, and culture* (pp. 19-38). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.
- Sabena, C., Arzarello, F., Bikner-Ahsbahs, A., & Schäfer, I. (2014). The epistemological gap - A case study on networking of APC and IDS. In A. Bikner-Ahsbahs & S. Prediger (Eds.), *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education. ZDM-Series Advances in Mathematics Education* (pp. 179-200). New York: Springer.
- Schiralli, M. & Sinclair, N. (2003). A constructive response to ‘Where mathematics comes from’. *Educational Studies in Mathematics* 52(1) 79–91.
- Sfard, A. (2001). Learning mathematics as developing a discourse. In R. Speiser, C. Maher, & C. Walter (Eds.), *Proc.s of PME-NA 2* (pp.23-44). Columbus, Ohio: PME-NA.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses and mathematizing*. Cambridge University Press.

- Silver, E. A., & Herbst, P. G. (2007). Theory in Mathematics Education Scholarship. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 39–68). Reston: NCTM.
- Teppo, A. (1998). Diverse Ways of Knowing. In A. Teppo (Ed.). *Qualitative Research methods in Mathematics Education. Journal for Research in Mathematics education*, monograph no. 9. Virginia: NCTM Inc.
- UMI - Unione Matematica Italiana (2001). *Matematica 2001: Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica*.
- Vygotskij, L. S. (1931/1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Edited by M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman. Cambridge, MA, and London: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1934-86). *Thought and Language*. Cambridge, MA: MIT Press. (Revised edition, translated and edited by A. Kozulin. Original work published in 1934).
- Vygotskij, L. S. (1987). Thinking and speech. In R. W. Rieber, & A. C. Carton (Eds.), *The collected works of L. S. Vygotskij*. New York: Plenum Press.
- Walkerdine, V. (1990). *The mastery of reason*. New York: Routled.