

*XXXV Seminario Nazionale  
di Ricerca in Didattica della Matematica  
'Giovanni Prodi'*

# CORPO E MOVIMENTO IN MATEMATICA: INCONTRI, INTRECCI E SVILUPPI

Francesca Ferrara, Elizabeth de Freitas,  
Maria Flavia Mammana, Michela Maschietto



## **Controrelazione**

Mirko Maracci



# FOCUS

«Il seminario intende focalizzarsi sul **ruolo peculiare di corpo e movimento nell'attività matematica**, in particolare in seno ai **processi di apprendimento e insegnamento** della disciplina nel contesto **classe.**» (FF, EDF, MFM, MM)

- Come «catturare» corpo e movimento in riferimento all'attività matematica?
- Come individuare/ascrivere/descrivere/precisare il ruolo di corpo e movimento nell'attività matematica?
- Come metterlo in relazione di processi di apprendimento e insegnamento? Cosa intendo per apprendimento e insegnamento?



# FOCUS



«Il seminario intende focalizzarsi sul **ruolo peculiare di corpo e movimento nell'attività matematica**, in particolare in seno ai **processi di apprendimento e insegnamento** della disciplina nel contesto **classe.**» (FF, EDF, MFM, MM)

«Focalizzeremo l'attenzione su

- ruolo del corpo e della percezione,
- possibilità di catturare estesamente l'idea di movimento da diverse prospettive

Comprendere più in profondità il carattere intensivo e generativo dei processi di pensiero e di scoperta in matematica»

(FF, EDF, MFM, MM)

# FOCUS

## Background teorico

«Il seminario intende focalizzarsi sul **ruolo peculiare di corpo e movimento nell'attività matematica**, in particolare in seno ai **processi di apprendimento e insegnamento** della disciplina nel contesto **classe.**»

Calizzeremo l'attenzione su

- ▶ ruolo del corpo e della percezione,
- ▶ possibilità di catturare estesamente l'idea di movimento da diverse prospettive

Comprendere più in profondità il carattere intensivo e generativo dei processi di pensiero e di scoperta in matematica»

# Background teorico

Epistemologia della  
matematica

Filosofia



Fisiologia

Scienze cognitive

# Background teorico

Epistemologia della  
matematica

Filosofia

**Movimento**

**Corpo**

**Gesto**

**Potenziale**

**Virtuale**

**Possibile**

**Animazione**

**Diagramma**

**Immaginazione**  
Fisiologia

**Pensiero**  
Scienze cognitive





# Background teorico

Filosofia

Epistemologia della  
mate

## Un «fiorire» di idee

- Termini «quasi-sinonimi» nel linguaggio comune
- Termini non definiti in modo preciso e operatorio, ma «allusivo-evocativo»
- Termini utilizzati con significati diversi (contrastanti?)

Scienze cognitive

immaginazione

# Backgrou

Forniscono strumenti concettuali per un'analisi puntuale di quello che avviene nella classe?

Epistemologia della  
mate

## Un «fiorire» di idee

- Termini «quasi-sinonimi» nel linguaggio comune
- Termini non definiti in modo preciso e operatorio, ma «allusivo-evocativo»
- Termini utilizzati con significati diversi (contrastanti?)

Scienze cognitive

immaginazione

# Background teorico

Epistemologia della  
matematica

Filosofia



Scienze cognitive

Fisiologia

# Background teorico

Epistemologia della  
matematica

Filosofia

**Movimento**

**Corpo**

**Gesto**

**Potenziale**

**Virtuale**

**Possibile**

**Animazione**

**Diagramma**

**Immaginazione**  
Fisiologia

Scienze cognitive

**Pensiero**



# Background teorico

Epistemologia della  
matematica

Filosofia

**Movimento**

**Corpo**

**Gesto**

**Virtuale**

**Potenziale**

**Possibile**

**Animazione**

**Diagramma**

**Immaginazione**  
Fisiologia

**Pensiero**

Scienze cognitive



# Background teo

Epistemologia della  
mate

## Un «fiorire» di idee

- Termini «quasi-sinonimi» comune
- Termini non definiti in modo preciso e operatorio, ma «allusivo-evocativo»
- Termini utilizzati con significati diversi (contrastanti?)

## Domanda:

nel focalizzarmi su alcuni aspetti, IO perdo di vista il discorso complessivo. È un modo di procedere corretto?  
Sto «sovra-semplificando»?

Scienze cognitive

immaginazione

# Background teo

Epistemologia della  
mate

## Un «fiorire» di idee

- Termini «quasi-sinonimi»  
comune

Analizzare **incontri**, **intrecci** e **sviluppi** focalizzandomi sulle **parole** che favoriscono questi incontri, intrecci e sviluppi

## Domanda:

nel focalizzarmi su alcuni  
aspetti, IO perdo di vista il  
discorso complessivo. È un  
modo di procedere  
corretto?  
Sto «sovra-  
semplificando»?

preciso e  
«ativo»

diversi

ITAZIONE

# Animation, movement, thinking (Sheets-Johnstone)

«La nozione di «animation» è la chiave di lettura che S-J propone nel considerare il movimento»

(FF, EDF, MFM, MM)

► ... the foundational dimension of the living.

Flowers turn toward the sun; pill bugs curl into spheres; lambs rise on untried legs, finding their way into patterned coordinations.

cells divide in complex processes of mitosis and meiosis; seedlings mature; trees heal the cuttings humans make on them

(Sheets-Johnstone)

# Animation, movement, thinking (Sheets-Johnstone)

«La nozione di «animation» è la chiave di lettura che S-J propone nel considerare il movimento»

(FF, EDF, MFM, MM)

► ... the foundational dimension of the living.

Flowers turn toward the sun; pill bugs curl into spheres; lambs rise on untried legs, finding their way into patterned coordinations.

cells divide in complex processes of mitosis and meiosis; seedlings mature; trees heal the cuttings humans make on them

- Dimensione pervasiva
- ...e trascurata
- Prospettiva vastissima

(Sheets-Johnstone)

In quale senso, in che modo questa idea di «**animation**» contribuisce a chiarire l'idea di **movimento** in un modo che aiuta a comprendere meglio il suo ruolo nei **processi di pensiero** che avvengono nell'attività matematica?

Di quale tipo di definizione/elaborazione c'è bisogno?

«La nozione di «animation»  
propone nel considerare il movimento»

(FF, EDF, MFM, MM)

► ... the foundational dimension of the living.

Flowers turn toward the sun; pill bugs curl into spheres;  
lambs rise on untried legs, finding their way into patterned  
coordinations.

cells divide in complex processes of mitosis and meiosis;  
seedlings mature; trees heal the cuttings humans make  
on them

- Dimensione pervasiva
- ...e trascurata
- Prospettiva vastissima

(Sheets-Johnstone)

In quale senso, in che modo questa idea di «**animation**» contribuisce a chiarire l'idea di **movimento** in un modo che aiuta a comprendere meglio il suo ruolo nei **processi di pensiero** che avvengono nell'attività matematica?

Di quale tipo di definizione/elaborazione c'è bisogno?

«La nozione di «**animation**» propone nel considerare il movimento»

(EE EDE MEM MM)

Detto altrimenti, **se non parto da questa idea**, se non assumo questo tipo di prospettiva nell'analisi del ruolo del movimento, cosa rischio di non comprendere, travisare, trascurare?

- Dimensione pervasiva
- ...e trascurata
- Prospettiva vastissima

(Sheets-Johnstone)

Alcuni esempi tratti  
dalla relazione



«La gestualità di Giovanni è peculiare nel catturare un nuovo movimento coordinato tra il bambino e i numeri dispari, che **anima i numeri** pari come una nuova possibilità nell'attività»

«Gli interventi contingenti della ricercatrice che, dopo aver introdotto la **sequenza dei pari** sullo schermo, la **anima** mediante un continuo movimento tra pari e dispari»

Il gioco del 21

1	2	3
4	5	6
7	8	9
10	11	12

«Le due possibilità, di vittoria e di pareggio, che caratterizzano 'Il gioco del 21' catturano solo in parte il modo in cui gli studenti possono **animare il concetto di numero** in una tale attività.»

Alcuni esempi tratti  
dalla relazione



«La gestualità di Giovanni è  
peculiare nel catturare un nuovo  
movime  
bamb  
**anima**  
nuova

«Gli interventi contingenti della  
ricercatrice che, dopo aver  
**uenza dei pari** sullo  
a mediante un  
nto tra pari e

### Animazione

- Non animazione dei viventi
- Assegnare possibilità di movimento (virtuale) a «**enti matematici**»

1		
4		
7	8	9
10	11	12

a e di  
ano 'Il gioco  
del 21' catturano solo in parte il modo  
in cui gli studenti possono **animare il  
concetto di numero** in una tale  
attività.»



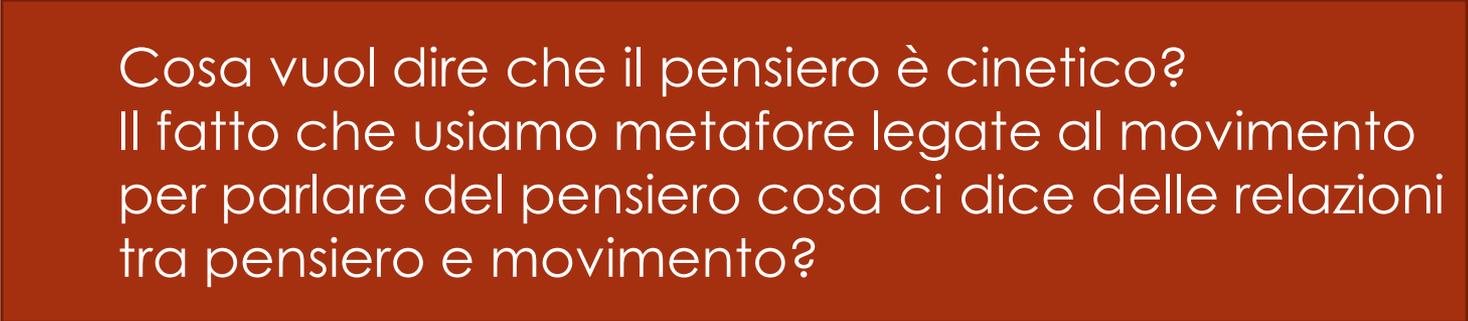
# Animation, movement, thinking (Sheets-Johnstone)



## Thinking in movement

“To think is first of all to be caught up in a dynamic flow; **thinking** is itself, by its very nature, **kinetic**. It **moves** forward, backward, digressively, quickly, slowly, narrowly, suddenly, hesitantly, blindly, confusedly, penetratingly[...] It [thinking] is motional through and through; at once **spatial, temporal, dynamic.**”

(Sheets-Johnston)



Cosa vuol dire che il pensiero è cinetico?  
Il fatto che usiamo metafore legate al movimento per parlare del pensiero cosa ci dice delle relazioni tra pensiero e movimento?

«Il **pensiero** dunque è esso stesso **cinetico**, esso stesso una forma di "animation", per la quale **non vi è separazione tra pensare e fare, né tra sentire e muoversi**, ma dalla quale emerge tutto un mondo spazio-temporale, pieno di possibilità cinetiche, che cambia dinamicamente.»

(FF, EDF, MFM, MM)

flow;

**thinking** is itself, by its very nature, **kinetic**. It **moves** forward, backward, digressively, quickly, slowly, narrowly, suddenly, hesitantly, blindly, confusedly, penetratingly[...] It [thinking] is motional through and through; at once **spatial, temporal, dynamic.**"

(Sheets-Johnston)

«Il **pensiero** dunque è esso stesso **cinetico**, esso stesso una forma di "animation", per la quale **non vi è separazione tra pensare e fare, né tra sentire e muoversi**, ma dalla quale emerge tutto un mondo spazio-temporale, pieno di possibilità cinetiche, che car

ing

Cosa è dunque il pensiero? Quale è il legame tra pensiero e movimento?

Non vi è separazione/ vi è identificazione ?  
Quali conseguenze per la didattica?

Vi è separazione tra pensiero e parola? Pensiero e uso di artefatti?

Se l'azione didattica ha l'obiettivo di promuovere lo sviluppo di forme di pensiero (argomentazione, problem solving, modelling, astrazione...) come si riflettono queste nel «fare», nel «movimento»

Un esempio tratto  
dalla relazione

«Il **pensiero** di Filippo è **movimento** e **animazione**»  
(FF, EDF, MFM, MM)

b

c



- Ma è anche **parlato**
- Uso di **artefatti**
- È anche **interazione sociale**

*e è il primo gruppo di quattro*

*che, quindi, sono quattro*

*e una riga da sei*

d

e

f



*quindi sono quattro*

*e due righe da sei*

«Svelare come **nuovi significati matematici** possano **emergere** da configurazioni relazionali, complesse e contingenti, di parti in **movimento**.»

(FF, EDF, MFM, MM)

► Thinking in movement

“To think is first of all to be caught up in a dynamic flow; **thinking** is itself, by its very nature, **kinetic**. It **moves** forward, backward, digressively, quickly, slowly, narrowly, suddenly, hesitantly, blindly, confusedly, penetratingly[...] It [thinking] is motional through and through; at once **spatial, temporal, dynamic**.”

(Sheets-Johnston)

«Svelare come **nuovi significati matematici** possano **emergere** da configurazioni relazionali, complesse e contingenti, di parti in **movimento**.»

(FF, EDF, MFM, MM)

► Thinking in movement

«To think is first of all to be caught up in a dynamic flow»

Cosa si intende per «significato matematico»?

Chi riconosce nelle configurazioni di parti in movimento «significati» e «significati matematici». Qual è il senso che l'individuo dà al (proprio) movimento? Quale il ruolo della consapevolezza?

Consapevolezza, decontestualizzazione, detemporalizzazione, generalità...



# Animation, movement, thinking (Sheets-Johnstone)

- Cosa del movimento ci dice cosa del pensiero?
- Come investighiamo il processo di pensiero? Le modalità di «accesso» alle forme di pensiero influenzano il pensiero medesimo. Come isolare il ruolo del movimento?
- La consapevolezza (a quale livello?) del movimento gioca quale ruolo nello sviluppo del pensiero?
- Cosa intendiamo per sviluppo del pensiero? (flusso di pensiero o forme di pensiero?)



# Gesti e diagrammi (Châtelet e Rotman)

Dal movimento al pensiero matematico

“each of the primary object-concepts of the mathematical universe – number, relation, set, function, operation, variable, line, point, space, equation – can be seen to **emerge from a small set of pre-conceptual physical actions**, disciplined bodily **movements or gestures**, that, with their subsequent transformations, make up the **corporeal wherewithal** of mathematical thought. In other words, contemporary **mathematics [...] is constructed in/by a language** whose basic conceptual vocabulary is **rooted in gestural movement–schemata** of the body.”

(Rotman)

# Gesti e diagrammi (Châtelet e Rotman)

Dal movimento al pensiero matematico

“each of the primary object-concepts of the mathematical

- Riconoscere **a posteriori** l'origine di concetti matematici in azioni fisiche
- Cogliere nell'**immediato** il ruolo dell'azione/movimento/gesto nella formazione dei concetti (o nell'avvio di certi processi di pensiero)

variable,  
e **from a**  
ned bodily

of  
/  
ose basic  
nt-

(Rotman)

# Gesti e diagrammi (Châtelet e Rotman)

Dal movimento al pensiero matematico

“each of the primary object-concepts of the mathematical variable,

- Riconoscere **Cosa intende Chatelet per «gesto»?** matematici in azioni fisiche
- Cogliere nell'**immediato** il ruolo dell'azione/movimento/gesto nella formazione dei concetti (o nell'avvio di certi processi di pensiero)

(Rotman)



# Gesti e diagrammi (Châtelet e Rotman)

“[Gesture] does **not** operate as **a sign**: it is **neither referential** “it doesn’t throw out bridges between us and things”, **nor intentional**”

“Châtelet is concerned with gesture as a kind of interference or intervention that has driven mathematics and the sciences forward, not as a semiotic divorced from the event, **but as a dynamic process of excavation that conjures the sensible in sensible matter.**”

- Si discosta da prospettiva familiare secondo cui il gesto è una «risorsa semiotica» usata intenzionalmente ad esempio dall'insegnante (Arzarello, Radford, Sabena)

(Rotman)

# Gesti e diagrammi

- In questa prospettiva, è solo il **gesto non referenziale/non intenzionale** che mi consente di cogliere **l'attimo del formarsi del pensiero?**
- Il gesto non rimanderà necessariamente a un significato matematico per l'individuo ma può **rimandare a un'esperienza (virtuale)**, che contribuisce a costruire un significato matematico...
- Come si esaminare la non intenzionalità o l'assenza di referenzialità?

semiotica» usata intenzionalmente ad esempio dall'insegnante (Arzarello, Radford, Sabena)

Alcuni esempi tratti dalla relazione

a



b



c



*e è il primo gruppo di quattro*

*che, quindi, sono quattro*

*e una riga da sei*

d



e



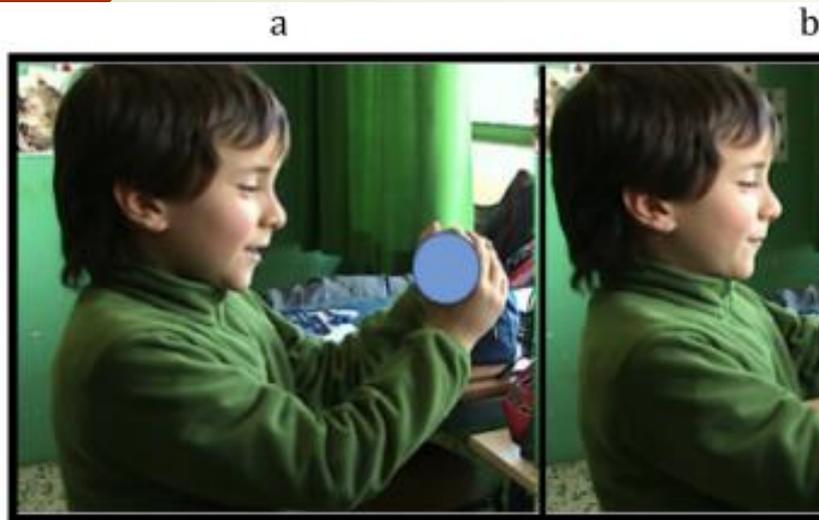
f



*quindi sono quattro*

*e due righe da sei*

## Alcuni esempi tratti dalla relazione



*e è il primo gruppo di quattro*

*che, quindi, sono*



*quindi sono quattro*

*e due righe da sei*

- Gestì e movimenti diversi **attualizzano** le operazioni di sottrazione o gli elementi spaziali, i 'blocchi' virtuali
- Il corpo e il parlato **esprimono un movimento** più sottile, invisibile, per il quale tutto si muove: la sequenza, la figura, i 22 pallini, la posizione, i blocchi, i numeri...
- Le idee di ricorsione e di posizione **emergono** da questo movimento coordinato... anche il movimento del corpo è di per sé ricorsivo

## Alcuni esempi tratti dalla relazione

"Vedete che c'è questa linea (**indica la mensola**)? Io so che l'altra volta avete fatto un gioco cioè vi mettevate un bambino da una parte, un bambino dall'altra parte rispetto alla linea, giusto? Possiamo fare questo gioco anche qui (**indica la mensola più volte**)? Facendo finta di toccare da una parte e dall'altra come se stessi mettendo un bambino da una parte, un bambino dall'altra (**muove la mano sinistra in aria con un salto sopra e uno sotto la mensola**) di questa linea?"



[R indica con il mignolo della mano destra sempre una posizione a destra di 8 e si gira verso Giovanni; Figura 15b]

- I pari emergono così dal movimento di pollice e indice **pizzicati**
- Il **movimento** di Giovanni che **estrae** la sequenza dei pari



# Gesti e diagrammi (Châtelet e Rotman)

Cosa si intende  
per diagrammi?

Il gesto si pone come intermediario tra  
corpo-movimento e «diagrammi»

“Châtelet is **indifferent to diagrams** in the everyday sense of **visual representations** of concepts or procedures”

“He understands **diagrams** as arrested gestures, **gestures caught mid-flight in the creation of a formal concept**. “A diagram can transfix a gesture, bring it to rest, long before it curls up into a sign.” Diagrams **distill action and experience**, they function as a “technique of allusions” that **relay gestures**”

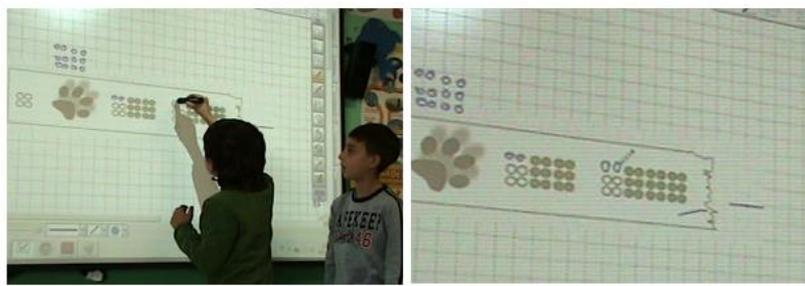
(Rotman)

Per avviare una comprensione dell'intuizione, dell'invenzione e della scoperta in matematica è necessario essere consci che lo spazio della matematica è stato mediato [...] mediante diagrammi

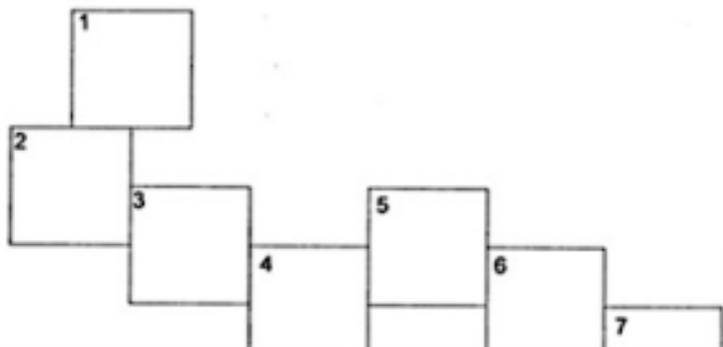
## Alcuni esempi tratti dalla relazione



Filippo immagina di 'allungare' la figura 4, 'dilatando' ciascuna sua riga... Una **nuova figura emerge** così dal modo in cui Filippo si muove.



F. e R., **stimolati dalle domande della ricercatrice**... finiranno per immaginare di aggiungere due pallini sopra ai quattro bianchi.. Questo processo immaginativo sarà attualizzato dall'aggiunta dei due pallini immaginari nelle figure iniziali



il diagramma proposto per il tabellone del gioco è inaspettato, con la sua forma particolare, Nella quale **cogliamo la forza di quel movimento di pensiero** che ha la capacità di rendere così dinamico il nuovo gioco

## Alcuni esempi tratti dalla relazione

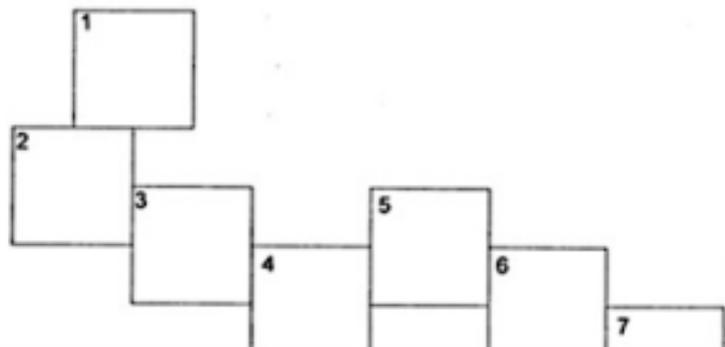


La presenza del ricercatore/insegnante nel processo di «produzione del diagramma»: il diagramma emerge (anche) in conseguenza a stimoli e in una situazione che è (anche) di comunicazione.



Filippo... 'llungare' la  
cuna sua  
**emerge** così  
muove.

**ande della**  
r  
e due pallini  
Questo  
processo immaginativo sarà  
attualizzato dall'aggiunta dei due  
pallini immaginari nelle figure iniziali



il diagramma proposto per il  
tabellone del gioco è inaspettato,  
con la sua forma particolare,  
Nella quale **cogliamo la forza di quel  
movimento di pensiero** che ha la  
capacità di rendere così dinamico il  
nuovo gioco

# Gesti e diagrammi (Châtelet e Rotman)

Cosa si intende  
per diagrammi?

Il gesto si pone come intermediario tra  
corpo-movimento e «diagrammi»

“Châtelet  
visu

“He  
cau  
diag  
curls  
they

- Si attribuisce un carattere «generativo» solo un certo tipo di diagrammi e un certo tipo di gesti...
- Analisi/ricostruzione in **chiave storica** e riguarda «diagrammi» con un chiaro riferimento ai concetti matematici. Cosa avviene a **livello individuale**?
- Individui immersi in **contesti sociali** ricchi di **artefatti culturali**

F  
de  
lo spazio della matematica è stato mediato [...] mediante  
diagrammi



# Gesti e diagrammi (Châtelet VS Rotman)

- from the material body through the diagram[s] to abstract, immaterial object,

*the movement of/within mathematical thought from the body's disciplined mobilities by way of their frozen forms to formalized abstractions*

- from diagrammatically presented abstract objects to bodies performing in space.

*[Diagrams] as semiotic/linguistic devices, representations, or rather, presentations of mathematical object-concepts*

*the diagrams, far from freezing motion mid-flight on its way to curling up into a sign, is an essential element of the signifying apparatus itself.*

# Gesti e diagrammi (Châtelet VS Rotman)



- Si riconosce un collegamento tra movimento e pensiero matematico
- ma si considerano i diagrammi secondo prospettive diverse
- Il collegamento segue due direzioni opposte.

th  
di  
at



performing in space.

*[Diagrams] as semiotic/linguistic devices, representations, or rather, presentations of mathematical object-concepts*

*the diagrams, far from freezing motion mid-flight on its way to curling up into a sign, is an essential element of the signifying apparatus itself.*

# Qualche conclusione

La ricerca che presentiamo, in quest'ottica non va nella direzione di applicare tecniche ma di **(di)svelare intuizioni** (e interpretazioni) sullo stretto **intreccio di corpo e movimento** nello sviluppo di conoscenza matematica.

- Quadro concettuale suggerisce **intuizioni**
- ... chiarisce **la rilevanza**

**Ma**

# Qualche cosa

Funzionali a:  
Approfondire il ruolo di corpo e movimento...  
Chiarire il contributo specifico di queste prospettive

Ma

- ▶ quali strumenti per formulare **ipotesi più stringenti, meglio delineate?**
- ▶ quali strumenti (concettuali) per l'analisi
  - ▶ Come ridurre il rischio di «sovrainterpretare»?
  - ▶ È possibile individuare a priori elementi «osservabili» (quale tipo di gesto rispetto a certi obiettivi) per suffragare/raffinare/smentire le ipotesi?
- ▶ Quali strumenti per progettare operativamente interventi didattici
  - ▶ Quali ipotesi didattiche per mettere in relazione obiettivi, modalità...
  - ▶ Sono falsificabili?

Francesca, Elizabeth, Flavia, Michela,

Grazie

