

**XXXII SEMINARIO NAZIONALE  
DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA “GIOVANNI PRODI”**

**CONGETTURARE E DIMOSTRARE IN AMBIENTI DI GEOMETRIA DINAMICA**

Anna Baccaglino-Frank, Università di Modena e Reggio Emilia

Samuele Antonini, Università di Pavia

**Abstract**

Il tema centrale del seminario riguarda la formulazione di congetture e la produzione di argomentazioni in geometria e in particolare in ambienti di geometria dinamica. Verrà presentato un modello per l'analisi dei processi, costruito a partire dalla letteratura, e sulla base di una specifica sperimentazione (Baccaglino-Frank & Mariotti, 2010), che mette in relazione tre componenti chiave: il *trascinamento*, la *percezione degli invarianti*, l'*abduzione*.

Analizzato sotto diversi aspetti dai ricercatori e nel nostro quadro teorico, il *trascinamento (dragging)* è un'azione che può essere svolta in vari modi dallo studente esploratore e che consiste nel selezionare un elemento di una figura dinamica (in genere un punto) e muoverlo sullo schermo (mediante la mediazione del mouse o direttamente con il dito, se il software è utilizzato in un ambiente touch).

Alcuni ricercatori hanno individuato e classificato diverse modalità di trascinamento, in base alle intenzioni dello studente e rispetto all'attività di esplorazione in cui è richiesta la formulazione di una congettura (Arzarello, Olivero, Paola & Robutti, 2002). In particolare, è stato identificato un momento importante di transizione nell'uso di un particolare tipo di trascinamento che implica il mantenimento (durante il movimento) di una particolare proprietà, ritenuta interessante dall'esploratore. L'uso di questo tipo di trascinamento è stato messo in relazione con un'inversione del tipo di controllo esercitato sulla figura e con la produzione di un'inferenza di tipo abduzionale nell'attività di congettura.

In questi processi assumono un ruolo fondamentale gli invarianti della figura soggetta al trascinamento, le proprietà geometriche che la figura assume in maniera "robusta" (cioè stabili durante il trascinamento), ma anche alcune proprietà assunte in modo non robusto, se il trascinamento segue opportune traiettorie (Baccaglino-Frank & Mariotti, 2010; Baccaglino-Frank, 2012b). Centrando l'attenzione sul soggetto che compie l'esplorazione, sarà proposta una analisi della *percezione degli invarianti* (Baccaglino-Frank, Mariotti e Antonini, 2009; Leung, Baccaglino-Frank e Mariotti, 2013) e di alcuni processi ad essa legati. Saranno quindi analizzate le relazioni tra la percezione di invarianti in fase esplorativa, l'uso di una particolare modalità di trascinamento, ribattezzata come "trascinamento di mantenimento", e l'*inferenza abduzionale* (Arzarello, Andriano, Olivero, & Robutti, 1998; Magnani, 2004; Baccaglino-Frank & Mariotti, 2010).

Il trascinamento di mantenimento, secondo l'approccio strumentale di Rabardel (2003), può anche essere visto come *artefatto* e può diventare *strumento* nell'attività di formulazione di congetture, grazie allo sviluppo di un "instrumented

action scheme". Il modello consente di descrivere il ruolo dei processi abduittivi nella fase di genesi strumentale (Baccaglioni-Frank 2010a). In particolare durante la fase di interiorizzazione dello strumento "trascinamento di mantenimento" l'abduzione sembra caratterizzare i processi esplorativi degli studenti, consentendo appunto di inferire un legame condizionale tra gli invarianti percepiti, e di scambiare l'ordine nella congettura, rispetto a come erano stati percepiti. D'altra parte, una volta interiorizzato lo strumento "trascinamento di mantenimento", sembra che l'abduzione venga "assorbita" dal software, sul quale l'esploratore si appoggia per generare congetture (Baccaglioni-Frank, 2010a; Baccaglioni-Frank & Mariotti, 2011).

Dall'analisi di processi di formulazione di congetture è emerso anche che, interiorizzato lo strumento, il suo uso può essere abbandonato, e parte dell'esplorazione può essere svolta mentalmente, come se si stesse utilizzando il trascinamento di mantenimento. In altre parole, lo strumento diventa "strumento psicologico", nell'accezione Vygotskiana. In questo caso sembra necessario che l'esploratore si faccia di nuovo carico di eventuali inferenze abduittive.

Sarà infine proposta l'analisi di processi nel caso di problemi aperti di costruibilità (Arzarello, Olivero, Paola, & Robutti, 1999; Antonini & Mariotti, 2010), in cui si chiede allo studente di costruire una certa figura o di spiegare (e dimostrare) perché la costruzione non è possibile. Verranno analizzate in particolare situazioni in cui la figura presenta contraddizioni nella geometria euclidea (mentre non verranno presi in considerazione costruzioni che risultano impossibili con specifici strumenti quali per esempio riga e compasso). In tali situazioni possono emergere particolari argomentazioni la cui struttura presenta interessanti analogie e differenze con la struttura delle dimostrazioni indirette (contronominale e per assurdo) (Leung & Lopez-Real, 2002; Antonini & Mariotti 2010; Baccaglioni-Frank, Antonini, Leung, & Mariotti, 2011).

### **Bibliografia Essenziale**

Antonini, S., & Mariotti, M. A. (2010). [Abduction and the explanation of anomalies: the case of proof by contradiction](#). *Proceedings of CERME 6, Wg 2, Lyon, France*, 1–10.

Arzarello, F., Andriano, V., Olivero, F., & Robutti, O. (1998). [Abduction & Conjecturing](#). *Abduction and Scientific Discovery, Special Issue of Philosophica, Magnani, Nersessian, Thagard (Eds)*, 61(ISSN: 0379-8402), 77–94.

Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., & Robutti, O. (1999). [I Problemi di Costruzione Geometrica con l'Aiuto di Cabri](#). *L'insegnamento Della Matematica E Delle Scienze Integrate*, 22B, 309–338.

Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., & Robutti, O. (2002). [A Cognitive Analysis of Dragging practises in Cabri Environments](#). *ZDM*, 34(3), 66–72.

- Baccaglioni-Frank, A. (2010a). [The maintaining dragging scheme and the notion of instrumented abduction](#). In P. Brosnan, D. Erchick, & L. Flevaris (Eds.), *Proceedings of the 10th Conference of the PME-NA*, v. 6, 607-615, Columbus, OH.
- Baccaglioni-Frank, A. (2012b) [Potenzialità Didattiche di Alcune Attività in Geometria Dinamica](#). *Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 35B N.1, 27-50.
- Baccaglioni-Frank, A., Mariotti, M. A., & Antonini, S. (2009). [Different Perceptions of Invariants and Generality of Proof in Dynamic Geometry](#). In Tzekaki, M., & Sakonidis, H. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 89-96. Thessaloniki, Greece: PME.
- Baccaglioni-Frank, A., & Mariotti, M.A. (2010) [Generating Conjectures in Dynamic Geometry: the Maintaining Dragging Model](#). *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15(3), 225-253.
- Baccaglioni-Frank, A. & Mariotti, M.A. (2011). [Conjecture-generation through Dragging and Abduction in Dynamic Geometry](#). In A. Méndez-Vilas (ed.), *Education in a technological world: communicating current and emerging research and technological efforts*. Formatex, Spain, pp. 100-107.
- Baccaglioni-Frank, A., Antonini, S., Leung, A., & Mariotti, M.A. (2011) [Reasoning by Contradiction in Dynamic Geometry](#). In *Proceedings of the 35rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. v. 2, 81-88. Also published in PNA, 7(2), 63-73. ISSN: 1886-1350.
- Leung, A., & Lopez-Real, F. (2002). [Theorem Justification and Acquisition in DG: a Case of Proof by Contradiction](#). *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7, 145-165.
- Leung, A., Baccaglioni-Frank, A. & Mariotti, M.A. (2013). [Discernment in dynamic geometry environments](#). *Educational Studies in Mathematics*, 84(3), 439-460.
- Magnani, L. (2004). [Creative abduction as active shaping of knowledge: Epistemic and ethical mediators](#). *Proceedings of the 26th Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 879-884.
- Rabardel, P. (2003). [From artefact to instrument](#). *Interacting with Computers*, 15(5), 641-645.