

## **Corpo e movimento in matematica: Incontri, intrecci e sviluppi**

Francesca Ferrara, Dipartimento di Matematica "G. Peano", Università di Torino

Elizabeth de Freitas, Education and Social Research Institute, Manchester Metropolitan University

Maria Flavia Mammana, Dipartimento di Matematica e Informatica, Università di Catania

Michela Maschietto, Dipartimento di Educazione e Scienze Umane, Università di Modena e Reggio Emilia

*Sono i mondi che l'uomo inventa nella realtà della vita quotidiana, trasformandola secondo i propri desideri.*

*Sono i mondi che l'immaginazione plasma nei romanzi e nell'invenzione narrativa.*

*Sono anche i mondi cui possiamo accedere con le moderne tecniche di imaging,  
e sono i mondi immaginari detti virtuali.*

*Alain Berthoz*

Il seminario intende focalizzarsi sul ruolo peculiare di corpo e movimento nell'attività matematica, in particolare in seno ai processi di apprendimento e insegnamento della disciplina nel contesto classe.

Le dimensioni del corpo e del movimento hanno assunto particolare importanza e interesse nel- e per la ricerca in didattica della matematica da ormai due decenni, da quando cioè il lavoro di Lakoff e Núñez sulla mente *embodied* e sulla sua relazione con la matematica astratta (proveniente dalla linguistica cognitiva) è divenuto noto ai ricercatori del nostro campo.

Brevemente, in tale lavoro si metteva in luce come la nostra comprensione di concetti matematici astratti sia fondata su esperienze senso-motorie e sull'interazione con il mondo che ci circonda. La teoria di Lakoff e Núñez restituiva attenzione al corpo e, parzialmente, al movimento (dopo le antiche radici ritrovabili in Piaget e Vygotskij). Tuttavia, il focus dell'*embodied cognition* sul pensiero metaforico con i suoi *'schema'* finiva per ricadere in modo sottile in quella divisione mente/corpo che la ricerca in didattica proprio in quegli anni mirava a superare, secondo prospettive post-Vygotskijane (anche affetta dagli studi psicologici sul carattere non puramente epifenomenico della gestualità nel pensiero e sulla presunta unità cognitiva tra gesti e linguaggio). Il filone dell'*embodiment* richiamava anche la visione enattivista, precedentemente proposta da Varela e dai suoi collaboratori a partire dalla prospettiva fenomenologica di Merleau-Ponty, che metteva al centro della costruzione di conoscenza il coinvolgimento del corpo con l'ambiente e ciò che l'individuo esperisce.

Da allora, numerose sono state le evoluzioni e le contaminazioni del paradigma, così chiamato, dell'*embodied mind* che vedeva i confini tra mente e corpo "porosi". Queste hanno portato all'eterogeneo proliferare di studi sul campo come al suo esterno, ad esempio nell'ambito della psicologia sperimentale e in quelli neurofisiologico e delle neuroscienze.

Per quanto riguarda in particolare la ricerca in didattica della matematica, in un lavoro presentato in occasione di un *Research Forum* alla conferenza PME 27 nel 2003, Nemirovsky congetturava un legame indissolubile tra percezione, azione motoria e pensiero, sottolineando che le attività percettivo-motorie sono costitutive della comprensione in matematica e che "ciò che pensiamo emerge da e in queste stesse attività". Tale lavoro, assieme agli altri coinvolti nel *forum*, ha portato alla creazione di un volume speciale di *Educational Studies in Mathematics*, dedicato al ruolo dell'attività corporea nella comprensione matematica. Con questo, per la prima volta, si allegava una serie di *videopapers*, in cui l'utilizzo del video come strumento metodologico di analisi delle attività di classe si univa alla decodifica del discorso degli studenti. Il video era diventato il mezzo per catturare il corpo, allora in primis la gestualità, nel fare matematica. Questa direzione della ricerca didattica si è approfondita in seguito, anche grazie ai risultati neuroscientifici legati all'esistenza di neuroni specchio e di altri neuroni bi- e multi-modali, e ha portato alle considerazioni più recenti sul carattere sensorio (*sensuous*) o multimodale della conoscenza

in matematica e all'emergere di nuove prospettive sulla, e a partire dalla, matematica *embodied* (Arzarello, 2006; Nemirovsky & Ferrara, 2009; Radford *et al.*, 2009; Radford, 2013; Streeck, 2013; Edwards *et al.*, 2014; Ferrara, 2014; de Freitas & Sinclair, 2014; Roth, 2016). Senza entrare troppo in tali questioni che ci farebbero perdere di vista il nostro scopo qui, vogliamo evidenziare che le attività percettivo-motorie sono state studiate sia da un punto di vista cognitivo sia da un punto di vista fondazionale, in particolare a proposito dei fondamenti cognitivi della matematica. Proprio negli stessi anni in cui incontravamo le idee della teoria dell'*embodied cognition*, usciva anche la traduzione italiana del libro *Le sens du mouvement* del francese A. Berthoz, fisiologo della percezione e dall'azione, che attribuiva al movimento il carattere peculiare di un sesto senso, un "senso dei sensi". Berthoz lo chiama cinestesia. Propriocezione e cinestesia (brevemente, la percezione della configurazione del proprio corpo e la percezione del movimento del proprio corpo e dei suoi stati) sono elementi essenziali di ciò che noi indichiamo generalmente con percezione (si noti che già la visione fenomenologica di Husserl assegnava caratteristiche cinestetiche alla coscienza). In un recente lavoro, Sheets-Johnstone (2012) sottolinea che "non solo la nostra percezione del mondo è in ogni dove e sempre animata, ma il nostro movimento è in ogni dove e sempre aggiornato per via cinestetica". Il termine *animation* è, per Sheets-Johnstone, migliore del termine *embodiment* per riferirsi alle dinamiche cinestetiche e affettive attraverso cui si strutturano i significati. È inoltre interessante come Berthoz richiami Poincaré e il modo in cui trattava i fondamenti della geometria, in particolare nel volume "La scienza e l'ipotesi", mettendo in luce come rivalutasse il ruolo del corpo e dell'azione nell'origine della geometria, nella costituzione del senso dello spazio, nella concezione di ciò che è punto e distanza. Si tratta di questioni delicate ma particolarmente indicative, che ritornano più volte anche nelle analisi fondazionali di Longo, matematico italiano che lavora a Parigi, il quale, nella sua critica al logicismo, sottolinea la tensione tra la formalizzazione della matematica amputata del suo rapporto allo spazio e quello che vede come uno degli "elementi costitutivi del senso", quel "muoversi nel pensiero come muoversi nello spazio". Il pensiero di Poincaré è in qualche modo simile a quello espresso in anni recenti dal matematico e filosofo della matematica francese G. Châtelet (1993/2000)—che troviamo citato sia in Berthoz sia in Longo. Rispetto al lavoro di Châtelet, ci interessa particolarmente la prospettiva sull'attività diagrammatica e sul suo inseparabile intreccio con la gestualità, poiché ci offre la possibilità di espandere la visione di come corpo e movimento possano essere coinvolti e teorizzati nell'attività matematica e di estendere il pensarli *solo* come corpo umano e movimento del corpo. Nello specifico, Châtelet propone la nozione sottile di *virtuale* per riferirsi a quella "indeterminatezza che sta alla base di tutte le azioni", possiamo dire a quella sfera 'intensiva' dell'attività matematica, o potenziale, immaginativa, che costituisce il carattere mobile, dinamico, della disciplina. L'immaginazione era già stata proposta come inseparabile dal percettivo-motorio in matematica (Nemirovsky & Ferrara, 2009), parte "viscerale" di una *sensuous cognition* (Radford, 2013), e il ruolo della sfera immaginativa era importante anche nel lavoro di Husserl sulla coscienza. Châtelet afferma che in matematica si dà molto spazio alla realizzazione del possibile (l'accordo delle nostre azioni con vincoli logici), ma si finisce per dimenticare l'attualizzazione del virtuale e il ruolo *pivot* che i diagrammi giocano nell'ontogenesi matematica (le sue asserzioni sono basate sullo studio del pensiero diagrammatico attraverso cui nello sviluppo storico della matematica sono state generate nuove idee). I diagrammi sono per lui sostenitori di pensiero implicito, intuitivo e persino irrazionale catturato nella materia sensibile, ri-assemblano l'immaginario e il reale, il virtuale e l'attuale, sono il punto di incontro tra pensiero e segno. In sostanza, la natura mobile, la virtualità, di un diagramma consiste di tutti i gesti e le future alterazioni in esso contenuti in qualche modo. Riprendendo Châtelet, B. Rotman critica la visione della matematica che si è formata sin dagli inizi del XX secolo con la sistemazione bourbakista, basata essenzialmente

sul linguaggio degli insiemi astratti e sulla netta scomparsa dei diagrammi. L'osservazione nella classe di matematica rivela invece che "l'impulso a gesticolare e a costruire diagrammi è sempre presente nell'apprendere e nel risolvere problemi". Rotman offre il linguaggio delle categorie come esempio di una logica dinamica che mediante schemi di frecce permette di comprendere e praticare la matematica in termini di pensiero diagrammatico. In contrasto alla fissità degli insiemi e della relazione di appartenenza, infatti, "le frecce e la composizione connotano movimento e trasformazione", restituendo una dimensione corporea ai concetti matematici.

Sulla base del panorama delineato fino a qui e dello sviluppo di prospettive recenti sulla matematica *embodied*, il seminario si propone di approfondire la discussione sui tre aspetti dell'attività matematica nei quali vediamo possibile catturare l'incontro e l'intreccio tra le dimensioni del corpo e del movimento: i diagrammi, i processi immaginativi e l'utilizzo delle tecnologie. Dei diagrammi abbiamo accennato brevemente in riferimento al lavoro di Châtelet e di Rotman, l'immaginario è coinvolto sia nel discorso onto-epistemologico sul virtuale, sia negli studi cognitivi già citati sulla natura della comprensione in matematica. Inoltre, il virtuale è in larga parte attualizzato attraverso azioni materiali dallo studente che costantemente re-iscrive se stesso nell'attività (e nella) matematica. Il ruolo delle tecnologie, digitali e non, che permettono di esplorare relazioni matematiche restituendo le dimensioni della temporalità e del corpo all'attività, assume importanza in questo discorso.

Gli aspetti appena delineati si possono ritrovare in nuce in alcuni nostri studi, come quelli discussi al gruppo di lavoro sul *Geometrical Thinking* di CERME 8, ad Antalya (Ferrara & Mammana, 2013; Ferrara & Maschietto, 2013a; de Freitas & McCarthy, 2013) e in lavori successivi (Ferrara & Maschietto, 2013b; Ferrara & Mammana, 2014; de Freitas & Ferrara, 2015; de Freitas & Ferrara, 2016).

Durante il seminario presenteremo degli esempi provenienti da classi di ordine diverso, nel tentativo di sviluppare il discorso sull'intreccio tra corpo e movimento nei processi di insegnamento e apprendimento della matematica e su quanto in esso si racchiuda gran parte dell'essenza del carattere dinamico ma anche creativo che si può attribuire alla disciplina e, di conseguenza, ai processi di pensiero in matematica. A tale scopo, analizzeremo i vari episodi ciascuno prestando attenzione specifica ad almeno uno dei tre aspetti. Concluderemo con alcune riflessioni sulle implicazioni delle nostre argomentazioni per la pratica didattica ed eventualmente per la ricerca.

### **Bibliografia essenziale**

- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Numero Especial*, 267–299.
- Berthoz, A. (1997/2000). *Le sens du mouvement*. Paris: Odile Jacob. (Eng. Transl. by G. Weiss: *The Brain Sense of Movement*. Cambridge: Harvard University Press).
- Châtelet, G. (1993/2000). *Les enjeux du mobile*. Paris: Seuil. (Engl. Transl. by R. Shore & M. Zagha: *Figuring Space: Philosophy, Mathematics, and Physics*. Dordrecht: Kluwer).
- de Freitas, E. & Ferrara, F. (2015). Movement, memory and mathematics: Henri Bergson and the ontology of learning. *Studies in Philosophy and Education*, 34(6), 565–585. doi: 10.1007/s11217-014-9455-y
- de Freitas, E. & Ferrara, F. (2016). Matter, movement and memory. In N. Snaza, D. Sonu, S.E. Truman & Z. Zaliwska (Eds.), *Pedagogical matters: New materialisms and curriculum studies*, 43–57. New York: Peter Lang.
- de Freitas, E. & McCarthy, M.J. (2013). (Dis)orientation and spatial sense: Topological thinking in the middle grades. In Ubuz, B., Haser, Ç. & Mariotti, M.A. (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 615–624. Ankara, Turkey: Middle East Technical University.
- de Freitas, E. & Sinclair, N. (2014) *Mathematics and the body: Material entanglements in the classroom*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Edwards, L., Ferrara, F. & Moore-Russo, D. (Eds.) (2014). *Emerging Perspectives on Gesture and Embodiment in Mathematics*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Ferrara, F. (2014). How multimodality works in mathematical activity: Young children graphing motion. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12(4), 917–939. doi: 10.1007/s10763-013-9438-4
- Ferrara, F. & Mammana, M.F. (2013). Close your eyes and see... An approach to spatial geometry. In Ubuz, B., Haser, Ç. & Mariotti, M.A. (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 625–634. Ankara, Turkey: Middle East Technical University.
- Ferrara, F. & Maschietto, M. (2013a). Are mathematics students thinking as Kepler? Conics and mathematical machines. In Ubuz, B., Haser, Ç. & Mariotti, M.A. (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 635–644. Ankara, Turkey: Middle East Technical University.
- Ferrara, F. & Maschietto, M. (2013b). University students at work with mathematical machines to trace conics. In Lindmeier, A.M. & Heinze, A. (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 305–312. Kiel, Germany: PME.
- Ferrara, F. & Mammana, M.F. (2014). Seeing in space is difficult: An approach to 3D geometry through a DGE. In Liljedahl, P., Nicol, C., Oesterle, S. & Allan, D. (Eds.), *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education*, 3, 57–64. Vancouver, Canada: PME.
- Lakoff, G. & Núñez, R. E. (2000). *Where Mathematics Comes From. How The Embodied Mind Brings Mathematics Into Being*. New York: Basic Books.
- Longo, G. (2005). The cognitive foundations of mathematics: Human gestures in proofs and mathematical incompleteness of formalisms. In P. Grialou, G. Longo, M. Okada (Eds.), *Images and Reasoning* (pp. 105-134). Tokio: Keio University Press.
- Nemirovsky, R. (2003). Three Conjectures concerning the Relationship between Body Activity and Understanding Mathematics. In: N.A. Pateman, B.J. Dougherty & J.T. Zilliox (eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, 103–135.
- Nemirovsky, R. & Ferrara, F. (2009). Mathematical Imagination and Embodied Cognition. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 159–174. doi: 10.1007/s10649-008-9150-4
- Poincaré, H. (1905). *Science and Hypothesis*. New York: The Science Press.
- Radford, L. (2013). Sensuous cognition. In D. Martinovic, V. Freiman, & Z. Karadag (Eds.), *Visual mathematics and cyberlearning* (pp. 141–162). New York: Springer.
- Radford, L., Edwards, L. & Arzarello, F. (2009). Beyond words. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3), 91–95. doi: 10.1007/s10649-008-9172-y
- Roth, W.M. (2016). Growing-making mathematics: a dynamic perspective on people, materials, and movement in classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 93(1), 87–103. doi: 10.1007/s10649-016-9695-6
- Rotman, B. (2012). Topology, algebra, diagrams. *Theory, Culture & Society*, 29(4/5), 247–260. doi: 10.1177/0263276412444472
- Sheets-Johnstone, M. (2012). *The Primacy of Movement*. (2nd Ed.). Amsterdam: Benjamins.
- Streeck, J. (2013). Interaction and the living body. *Journal of Pragmatics*, 46(1), 69–90. doi: 10.1016/j.pragma.2012.10.010
- Varela, F.J., Thompson, E. & Rosch, E. (1991). *The Embodied Mind. Cognitive Science and Human Experience*. Cambridge, MA: The MIT Press.